Plaquette 1 – Proportionnel ou pas ? Justifier

La proportionnalité — CM2

Corrections détaillées

Boîte à outils

Reconnaître la proportionnalité.

— Proportionnel : « 2 fois plus » d'une grandeur donne toujours « 2 fois plus » de l'autre.

$$1\text{ h} = 60\text{ min} \xrightarrow{\text{3 fois plus}} 3\text{ h} = 180\text{ min}$$

— Pas proportionnel : il suffit d'un contre-exemple.

$$1\text{ séance} \to 14\text{ €} \quad \text{mais} \quad 2\text{ séances} \to 18\text{ €} \neq 2 \times 14\text{ €}$$

— Signes qui trompent : une partie fixe (abonnement, frais de livraison), un prix « par lot », une croissance naturelle (taille, poids d'un enfant).

Correction de l'exercice 1 – Heures et minutes

Dans chaque heure il y a toujours 60 minutes : 2 fois plus d'heures donnent 2 fois plus de minutes. C'est **proportionnel**.

$$1\text{ h} = 60\text{ min} \xrightarrow{\text{2 fois plus}} 2\text{ h} = 120\text{ min}$$

— 5 h : 5 fois plus, $5 \times 60 = 300$ min.

— 10 h : 10 fois plus, $10 \times 60 = 600$ min, ou encore 2 fois 5 h : $2 \times 300 = 600$ min.

— Toutes les conversions d'unités (heures en minutes, mètres en centimètres) sont des situations de proportionnalité.

Réponse. Oui ; 120 min, 300 min, 600 min.

Correction de l'exercice 2 – Le périmètre du carré

Le périmètre d'un carré est la somme de ses quatre côtés :

$$\text{périmètre} = 4 \times \text{côté}$$

— Côté 3 cm : $4 \times 3 = 12$ cm. Côté 6 cm : $4 \times 6 = 24$ cm. Côté 12 cm : $4 \times 12 = 48$ cm.

— Quand le côté devient 2 fois plus grand ($3 \to 6$), le périmètre aussi ($12 \to 24$) ; 4 fois plus grand ($3 \to 12$), le périmètre aussi ($12 \to 48$).

— Le périmètre du carré est **proportionnel** à son côté.

Réponse. Oui ; 12 cm, 24 cm, 48 cm.

Correction de l'exercice 3 – L'aire du carré

L'aire d'un carré se calcule par :

$$\text{aire} = \text{côté} \times \text{côté}$$

— Côté 2 cm : $2 \times 2 = 4$ cm². Côté 4 cm : $4 \times 4 = 16$ cm².

— Le côté est 2 fois plus grand, mais l'aire est $16 \div 4 = 4$ fois plus grande, et non 2 fois.

— C'est un contre-exemple : l'aire du carré n'est **pas proportionnelle** à son côté. On le voit sur un quadrillage : un carré de 4 carreaux de côté contient 4 carrés de 2 carreaux de côté.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Réponse. Non : côté ×2, aire ×4.

Correction de l'exercice 4 – La carte de cinéma

On calcule le prix pour 1 séance, puis pour 2 séances :

$$\text{prix} = 10 + 4 \times \text{nombre de séances}$$

— 1 séance : $10 + 4 = 14$ €. 2 séances : $10 + 8 = 18$ €.
— Deux fois plus de séances, mais 18 € n'est pas $2 \times 14 = 28$ € : ce n'est **pas proportionnel**.
— La raison : les 10 € de la carte sont payés une seule fois, quel que soit le nombre de séances.

Réponse. Non : 1 séance 14 €, 2 séances 18 € (et non 28 €).

Correction de l'exercice 5 – Le prix de l'essence

À la pompe, chaque litre coûte le même prix, sans frais fixes : le prix est **proportionnel** au nombre de litres.

$$10 \text{ L} \to 18 \text{ €} \overset{\text{2 fois plus}}{\longrightarrow} 20 \text{ L} \to 36 \text{ €}$$

— 30 L : 3 fois plus que 10 L, $3 \times 18 = 54$ €.
— 5 L : 2 fois moins que 10 L, $18 \div 2 = 9$ €.
— Vérification : $20 + 30 + 5 = 55$ L coûtent $36 + 54 + 9 = 99$ €.

Réponse. Oui ; 36 €, 54 €, 9 €.

Correction de l'exercice 6 – L'ombre des objets

L'ombre est proportionnelle à la hauteur : on raisonne en « fois plus » ou « fois moins ».

$$2 \text{ m} \to 3 \text{ m d'ombre} \overset{\text{3 fois plus}}{\longrightarrow} 6 \text{ m} \to 9 \text{ m d'ombre}$$

— Le mât de 6 m est 3 fois plus haut que le piquet : son ombre mesure $3 \times 3 = 9$ m.
— L'enfant de 1 m est 2 fois moins haut que le piquet : son ombre mesure $3 \div 2 = 1{,}5$ m.
— Deux heures plus tard, le soleil a bougé : les ombres changent, mais restent proportionnelles entre elles.

Réponse. 9 m ; 1,5 m.

Correction de l'exercice 7 – La taille de Léna

On cherche un contre-exemple :

$$1 \text{ an} \to 75 \text{ cm} \qquad 2 \text{ ans} \to 87 \text{ cm} \neq 2 \times 75 = 150 \text{ cm}$$

— L'âge a doublé, mais la taille n'a pas doublé : ce n'est **pas proportionnel**.
— Si c'était proportionnel, Léna mesurerait $10 \times 75 = 750$ cm à 10 ans, soit 7,50 m : absurde !
— La croissance d'un enfant ralentit avec l'âge : elle n'est jamais proportionnelle à l'âge.

Réponse. Non (2 ans : 87 cm, et non 150 cm).

Correction de l'exercice 8 – Le carnet de tickets

À l'unité, 10 tickets coûteraient :

$$10 \times 2 = 20 \text{ €}$$

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— Le carnet de 10 tickets coûte 16 € seulement : 10 fois plus de tickets, mais pas 10 fois plus cher.
— Ce n'est **pas proportionnel** : le carnet fait économiser $20 - 16 = 4$ €.
— Les prix « par lot » ou « en promotion » cassent souvent la proportionnalité : il faut toujours lire les conditions.

Réponse. Non : 10 tickets coûtent 16 € et non 20 €.

Correction de l'exercice 9 – Le train à vitesse constante

À vitesse constante, en 2 fois plus de temps, on parcourt 2 fois plus de distance : c'est **proportionnel**.

$$30 \text{ min} \to 150 \text{ km} \overset{\text{2 fois plus}}{\longrightarrow} 1 \text{ h} \to 300 \text{ km}$$

— 2 h : 2 fois plus qu'en 1 h, $2 \times 300 = 600$ km.
— 10 min : 3 fois moins qu'en 30 min, $150 \div 3 = 50$ km.
— Dans la réalité, le train accélère au départ et freine à l'arrivée : la proportionnalité n'est vraie que pendant qu'il roule à vitesse constante.

Réponse. Oui ; 300 km, 600 km, 50 km.

Correction de l'exercice 10 – Le tarif postal

On cherche un contre-exemple :

$$10 \text{ g} \to 1{,}50 \text{ €} \qquad 20 \text{ g} \to 1{,}50 \text{ €}$$

— Une lettre deux fois plus lourde (10 g puis 20 g) coûte le même prix : ce n'est **pas proportionnel**.
— Autre contre-exemple : 50 g coûtent 3 €, mais 100 g (2 fois plus lourd) coûtent aussi 3 €.
— Le prix augmente « par paliers » : il reste le même dans toute une tranche de masses.

Réponse. Non : 10 g et 20 g coûtent tous deux 1,50 €.

Correction de l'exercice 11 – Un prix qui ne suit pas

On vérifie chaque couple à partir de 3 kg :

$$3 \text{ kg} \to 7{,}50 \text{ €} \overset{\text{2 fois plus}}{\longrightarrow} 6 \text{ kg} \to 15 \text{ €}$$

— Ce premier couple convient.
— 9 kg, c'est 3 fois plus que 3 kg : il faudrait $3 \times 7{,}50 = 22{,}50$ €.
— Or on lit 21 € : ce n'est **pas proportionnel**. Le marchand fait sans doute une remise de $22{,}50 - 21 = 1{,}50$ € pour les 9 kg.
— Un seul couple qui ne suit pas suffit à conclure.

Réponse. Non : 9 kg devraient coûter 22,50 € et non 21 €.

Correction de l'exercice 12 – Le cycliste

On compare la distance totale au bout de 1 h et de 2 h :

$$1 \text{ h} \to 10 \text{ km} \qquad 2 \text{ h} \to 10 + 9 = 19 \text{ km} \neq 20 \text{ km}$$

— Deux fois plus de temps, mais pas deux fois plus de distance : ce n'est **pas proportionnel**.
— Au bout de 3 h : $19 + 7 = 26$ km, alors que $3 \times 10 = 30$ km.
— La distance n'est proportionnelle à la durée que si la vitesse reste la même.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Réponse. Non : 19 km en 2 h (et non 20 km).

Correction de l’exercice 13 – Les billes dans le bocal

— Bocal rempli : 50 billes → 800 g, 100 billes → 1 300 g. Deux fois plus de billes, mais $1\,300 \neq 2 \times 800 = 1\,600$: **pas proportionnel** (le bocal compte toujours pour 300 g).

— Billes seules : on retire le bocal.

$$800 - 300 = 500 \text{ g} \qquad 1\,300 - 300 = 1\,000 \text{ g}$$

— 50 billes → 500 g, 100 billes → 1 000 g : deux fois plus de billes, deux fois plus lourd. La masse des billes seules **est proportionnelle** au nombre de billes (10 g par bille).

Réponse. Bocal rempli : non ; billes seules : oui (10 g par bille).

Correction de l’exercice 14 – Vrai ou faux ?

a) **Vrai** : chaque vélo a 2 roues ; 3 fois plus de vélos, 3 fois plus de roues.

b) **Faux** : 1 km coûte $4 + 2 = 6$ €, 2 km coûtent $4 + 4 = 8$ €, et non 12 €.

$$8 \neq 2 \times 6$$

c) **Vrai** : 1 m = 100 cm, 2 m = 200 cm… c’est une conversion.

d) **Faux** : comme la taille, la masse d’un enfant ne double pas quand son âge double.

Réponse. a) vrai · b) faux · c) vrai · d) faux.

Correction de l’exercice 15 – Synthèse : au marché

— a) Étal A : 2 → 5, 4 → 10, 6 → 15 : chaque fois 2 fois ou 3 fois plus de kilos, 2 fois ou 3 fois plus cher : **proportionnel**.

— Étal B : 3 melons à l’unité coûteraient $3 \times 3 = 9$ €, mais le lot coûte 8 € : **pas proportionnel**.

— Étal C (avec livraison) : 1 barquette $4 + 2 = 6$ €, 2 barquettes $8 + 2 = 10$ €, et non 12 € : **pas proportionnel** (frais fixes).

— b) 10 kg, c’est 5 fois plus que 2 kg :

$$2 \text{ kg} \to 5 \text{ €} \overset{\text{5 fois plus}}{\longrightarrow} 10 \text{ kg} \to 25 \text{ €}$$

Réponse. a) A oui ; B non (lot) ; C non (livraison) · b) 25 €.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).