Plaquette 5 – Optimisation et problèmes de recherche

Résolution de problèmes — CM2

Corrections détaillées

Boîte à outils

Chercher la meilleure solution.

— Lister les possibilités dans un tableau (une ligne par essai).
— Calculer pour chaque ligne, puis comparer.

$$\text{rectangle de périmètre 20: } 5 \times 5 = 25 \text{ est la plus grande aire}$$

— Essais-erreurs : on essaie, on regarde si c'est trop ou pas assez, on ajuste.
— Rendre la monnaie avec le moins de pièces : on commence par les plus grosses.
— Vérifier : toutes les conditions de l'énoncé doivent être respectées.

Correction de l'exercice 1 – Le moins de pièces

On prend à chaque fois la plus grosse pièce possible sans dépasser ce qu'il reste à rendre.

— 2 € (reste 1,70 €) ; 1 € (reste 0,70 €) ; 50 c (reste 0,20 €) ; 20 c (reste 0).

$$2 + 1 + 0{,}50 + 0{,}20 = 3{,}70 \text{ €}$$

— Il rend 4 pièces. Avec des pièces plus petites, il en faudrait davantage (par exemple 37 pièces de 10 c !).

Réponse. 4 pièces : 2 €, 1 €, 50 c, 20 c.

Correction de l'exercice 2 – Les véhicules

On essaie en commençant par les grands véhicules.

Bus	Minibus	Places	Véhicules
2	1	$90 + 20 = 110$	3
3	0	135	3
1	4	$45 + 80 = 125$	5

— Deux véhicules ne suffisent jamais ($2 \times 45 = 90 < 110$). Avec 3 véhicules, la solution 2 **bus et** 1 **minibus** donne exactement 110 places, sans place vide.

$$2 \times 45 + 1 \times 20 = 110$$

Réponse. 2 bus et 1 minibus.

Correction de l'exercice 3 – Le tarif le plus avantageux

On calcule plusieurs possibilités.

— 25 entrées à l'unité : $25 \times 4 = 100$ €.
— 3 cartes (30 entrées) : $3 \times 30 = 90$ €.
— 2 cartes (20 entrées) et 5 entrées : $60 + 20 = 80$ €.
— Abonnement : 90 €.

$$2 \times 30 + 5 \times 4 = 80 \text{ €}$$

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— La formule la moins chère : 2 **cartes et** 5 **entrées**, pour 80 €.

Réponse. 2 cartes + 5 entrées : 80 €.

Correction de l’exercice 4 – La plus grande aire

Périmètre 20 cm : longueur + largeur = 10 cm. On liste :

Longueur	Largeur	Aire (cm²)
9	1	9
8	2	16
7	3	21
6	4	24
5	5	25

$$5 \times 5 = 25 \text{ cm}^2$$

— Le carré de 5 cm de côté a la plus grande aire. Plus le rectangle est « allongé », plus son aire est petite.

Réponse. Le carré 5 cm × 5 cm (25 cm²).

Correction de l’exercice 5 – Somme et produit

On essaie des paires de somme 20 et on calcule le produit.

— 10 et 10 : 100 (trop). 9 et 11 : 99 (trop). 8 et 12 : 96.

$$8 + 12 = 20 \qquad 8 \times 12 = 96$$

— Les deux nombres sont 8 et 12.

— En s’éloignant de 10 et 10, le produit diminue : on s’arrête dès qu’on atteint 96.

Réponse. 8 et 12.

Correction de l’exercice 6 – Les âges

Si on enlève les 30 ans d’écart, il reste deux âges égaux.

— $48 - 30 = 18$; $18 \div 2 = 9$: Léo a 9 ans.

$$9 + 30 = 39 \text{ ans (la mère)}$$

— Vérification : $9 + 39 = 48$ et $39 - 9 = 30$.

— Par essais : 10 et 40 font 50 (trop) ; 9 et 39 font 48.

Réponse. Léo 9 ans, sa mère 39 ans.

Correction de l’exercice 7 – Poules et lapins

On fait un tableau d’essais.

Poules	Lapins	Pattes
10	0	20
8	2	$16 + 8 = 24$
6	4	$12 + 16 = 28$

— Chaque poule remplacée par un lapin ajoute 2 pattes. Il en manque $28 - 20 = 8$ au départ : il faut 4 lapins.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

$$6 \times 2 + 4 \times 4 = 28$$

— Il y a 6 poules et 4 lapins.

Réponse. 6 poules et 4 lapins.

Correction de l’exercice 8 – Les boîtes d’œufs

On utilise le plus possible de grandes boîtes.

— 4 boîtes de 12 : 48 œufs, il en reste 6 : 1 boîte de 6.

$$4 \times 12 + 1 \times 6 = 54$$

— En tout 5 boîtes. Avec 5 boîtes de 12 (60), on dépasse et une boîte ne serait pas pleine.
— Solution : 4 boîtes de 12 et 1 boîte de 6.

Réponse. 4 boîtes de 12 et 1 boîte de 6.

Correction de l’exercice 9 – Découper une planche

On convertit : 2 m = 200 cm. On cherche combien de fois 45 dans 200.

$$200 = 45 \times 4 + 20$$

— 4 morceaux (180 cm), et il reste une chute de 20 cm (trop courte pour un cinquième morceau).
— Vérification : $5 \times 45 = 225 > 200$.
— Pour ne pas gaspiller, des morceaux de 40 cm conviendraient mieux : $5 \times 40 = 200$ cm, sans chute.

Réponse. 4 morceaux ; chute de 20 cm.

Correction de l’exercice 10 – Le nombre mystère

On liste les nombres qui finissent par 0, plus grands que 400, de somme des chiffres 6 : il faut centaines + dizaines = 6.

— 420 (4 + 2), 510 (5 + 1), 600 (6 + 0).
— Chiffres différents : 600 est éliminé (deux zéros).
— Dizaines paires : 420 (dizaines 2) ; 510 a 1 dizaine, impaire.

$$4 + 2 + 0 = 6$$

— Le nombre mystère est 420.

Réponse. 420.

Correction de l’exercice 11 – Le plus d’achats

Étape 1 : les cahiers, $5 \times 2{,}5 = 12{,}5$ €. Il reste $20 - 12{,}5 = 7{,}5$ €.

— Étape 2 : combien de stylos avec 7,50 € ?

$$5 \times 1{,}50 = 7{,}50$$

— Il peut acheter exactement 5 stylos, et il ne lui reste rien.
— Vérification : 12,50 + 7,50 = 20 €. Avec un sixième stylo, il faudrait 9 €, il n’a que 7,50 €.

Réponse. 5 stylos.

Correction de l’exercice 12 – Le trajet le plus court

On calcule chaque trajet.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— A → B → D : 12 + 15 = 27 km.
— A → C → D : 8 + 21 = 29 km.
— A → B → C → D : 12 + 5 + 21 = 38 km.

$$27 < 29 < 38$$

— Le trajet le plus court passe par B : 27 km. Passer par la ville la plus proche au départ (C) n'est pas forcément le meilleur choix.

Réponse. Par B : 27 km.

Correction de l'exercice 13 – Le plus grand produit

On liste les produits pour une somme de 10 : $1 \times 9 = 9$; $2 \times 8 = 16$; $3 \times 7 = 21$; $4 \times 6 = 24$; $5 \times 5 = 25$.

$$5 \times 5 = 25$$

— Le plus grand produit est 25, quand les deux nombres sont égaux.
— Pour une somme de 12 : $6 \times 6 = 36$ (et $5 \times 7 = 35$ est juste en dessous).
— C'est le même phénomène que pour la plus grande aire à périmètre fixé.

Réponse. 25 ; 36 pour une somme de 12.

Correction de l'exercice 14 – Vrai ou faux ?

a) **Vrai** (avec nos pièces en euros).

b) **Faux** : c'est le carré 5×5 (25 cm²) ; 9×1 donne l'aire la plus petite (9 cm²).

c) **Vrai**.

d) **Faux** : il faut comparer toutes les possibilités (exemple de la piscine : l'abonnement n'était pas le moins cher).

$$5 \times 5 = 25 > 9 \times 1 = 9$$

Réponse. a) vrai · b) faux · c) vrai · d) faux.

Correction de l'exercice 15 – Synthèse : les transports de la kermesse

a) On cherche des combinaisons d'au moins 58 places :

Cars	Minibus	Places	Prix
2	0	60	300 €
1	3	66	360 €
0	5	60	350 €

— (1 car et 2 minibus ne donnent que 54 places : insuffisant.)

$$2 \times 150 = 300 \text{ €}$$

b) La solution la moins chère : 2 **cars**, pour 300 € (2 places vides).

Réponse. b) 2 cars : 300 €.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).