Plaquette 4 – Problèmes de dénombrement

Résolution de problèmes — CM2

Corrections détaillées

Boîte à outils

Compter toutes les possibilités.

— Liste ordonnée : 12, 13, 21, 23, 31, 32 (on fixe le premier chiffre).

— Tableau à double entrée : 3 entrées en lignes, 4 plats en colonnes, $3 \times 4 = 12$ cases.

$$\text{nombre de possibilités} = (\text{choix 1}) \times (\text{choix 2})$$

— Attention aux doublons : une poignée de main entre A et B est la même que entre B et A.

— Arbre : chaque branche est une possibilité ; on compte les bouts de branches.

Correction de l'exercice 1 – Les menus

Chaque entrée peut aller avec chacun des 4 plats : dans un tableau, 3 lignes et 4 colonnes.

$$3 \times 4 = 12 \text{ menus}$$

— Avec un dessert : chacun des 12 menus se complète de 2 façons : $12 \times 2 = 24$ menus.

— Un arbre donnerait 3 branches, puis 4 au bout de chacune, puis 2 : 24 bouts de branches.

Réponse. 12 menus ; 24 avec le dessert.

Correction de l'exercice 2 – Former des nombres

On fait une liste ordonnée en fixant le chiffre des dizaines.

a) Dizaines 1 : 12, 13 ; dizaines 2 : 21, 23 ; dizaines 3 : 31, 32. Soit 6 nombres (3 choix, puis 2).

b) On ajoute 11, 22, 33 : 9 nombres (3 choix, puis 3).

$$3 \times 2 = 6 \qquad 3 \times 3 = 9$$

Réponse. a) 6 · b) 9.

Correction de l'exercice 3 – Trois chiffres

3 choix pour les centaines, puis 2 pour les dizaines, puis 1 pour les unités.

$$3 \times 2 \times 1 = 6$$

— Liste : 123, 132, 213, 231, 312, 321.

— La liste ordonnée (par centaines, puis par dizaines) garantit qu'on n'en oublie aucun.

— Le plus petit est 123 (chiffres rangés dans l'ordre croissant), le plus grand 321.

Réponse. 6 nombres : 123, 132, 213, 231, 312, 321.

Correction de l'exercice 4 – Les poignées de main

Appelons-les A, B, C, D, E. Chacun serre 4 mains : $5 \times 4 = 20$… mais chaque poignée de main est alors comptée **deux fois** (A avec B, et B avec A).

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

$$20 \div 2 = 10$$

— Liste ordonnée : AB, AC, AD, AE ; BC, BD, BE ; CD, CE ; DE, soit $4 + 3 + 2 + 1 = 10$.
— Il y a 10 poignées de main.

Réponse. 10 poignées de main.

Correction de l’exercice 5 – Le tournoi

Même situation que les poignées de main.

— La 1re équipe joue 5 matchs, la 2e encore 4 nouveaux, la 3e 3, la 4e 2, la 5e 1.

$$5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15 \text{ matchs}$$

— Autre calcul : $6 \times 5 = 30$, compté deux fois, donc $30 \div 2 = 15$.
— Pour 10 équipes, on aurait $9 + 8 + \ldots + 1 = 45$ matchs : le nombre de matchs augmente vite.

Réponse. 15 matchs.

Correction de l’exercice 6 – Le cadenas

Pour chaque chiffre, il y a 10 possibilités (0 à 9).

$$10 \times 10 = 100 \text{ codes}$$

— On le retrouve en listant : de 00 à 99, il y a 100 nombres.
— Avec 3 chiffres : $10 \times 10 \times 10 = 1\,000$ codes (de 000 à 999). Un cadenas à 3 chiffres est bien plus sûr.

Réponse. 100 ; 1 000 avec 3 chiffres.

Correction de l’exercice 7 – Payer 50 centimes

On s’organise selon le nombre de pièces de 20 c.

— 0 pièce de 20 c : 5 pièces de 10 c.
— 1 pièce de 20 c : reste 30 c, soit 3 pièces de 10 c.
— 2 pièces de 20 c : reste 10 c, soit 1 pièce de 10 c.

$$2 \times 20 + 1 \times 10 = 50$$

— 3 pièces de 20 c font 60 c, trop. Il y a donc 3 **façons**.

Réponse. 3 façons.

Correction de l’exercice 8 – Les chemins

Il faut 2 pas → et 2 pas ↑, dans un ordre quelconque. On liste en s’organisant selon la place des deux →.

— →→↑↑ ; →↑→↑ ; →↑↑→ ; ↑→→↑ ; ↑→↑→ ; ↑↑→→.

6 chemins

— Vérification : on choisit 2 places parmi 4 pour les flèches → ; les 6 listes ci-dessus sont toutes différentes.

Réponse. 6 chemins.

Correction de l’exercice 9 – Les glaces

Parfums : V (vanille), C (chocolat), F (fraise), P (pistache).

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

a) Liste : VC, VF, VP, CF, CP, FP : 6 cornets (comme les poignées de main de 4 personnes : $3 + 2 + 1$).

b) On ajoute VV, CC, FF, PP :

$$6 + 4 = 10 \text{ cornets}$$

— VC et CV sont le même cornet : on ne les compte qu'une fois.

Réponse. a) 6 · b) 10.

Correction de l'exercice 10 – Les drapeaux

Arbre : 3 choix pour la première bande, puis 2 pour la deuxième, puis 1.

$$3 \times 2 \times 1 = 6 \text{ drapeaux}$$

— Liste : RBV, RVB, BRV, BVR, VRB, VBR.
— C'est le même calcul que pour les nombres de trois chiffres avec 1, 2, 3.
— Avec 4 couleurs pour 3 bandes toutes différentes : $4 \times 3 \times 2 = 24$ drapeaux.

Réponse. 6 drapeaux.

Correction de l'exercice 11 – Compter les carrés

On compte par taille, pour ne rien oublier.

— Carrés de 1 carreau : $3 \times 3 = 9$.
— Carrés de 2 sur 2 : $2 \times 2 = 4$ positions.
— Carré de 3 sur 3 : 1.

$$9 + 4 + 1 = 14 \text{ carrés}$$

— Le piège est de ne compter que les petits carreaux (9).
— Pour un quadrillage de 4 sur 4 : $16 + 9 + 4 + 1 = 30$ carrés.

Réponse. 14 carrés.

Correction de l'exercice 12 – La photo de groupe

Pour la première place, 4 choix ; pour la deuxième, 3 ; puis 2 ; puis 1.

$$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

— Il y a 24 façons de se ranger.
— Si l'on fixe le premier enfant, les 3 autres se rangent de 6 façons ; et $4 \times 6 = 24$.
— Avec 5 enfants, ce serait $5 \times 24 = 120$ façons.

Réponse. 24 façons.

Correction de l'exercice 13 – Le chiffre 7

On compte en deux groupes, en faisant attention au nombre compté deux fois.

— 7 aux unités : 7, 17, 27, …, 97 : 10 nombres.
— 7 aux dizaines : 70, 71, …, 79 : 10 nombres.
— 77 est dans les deux groupes : on ne le compte qu'une fois.

$$10 + 10 - 1 = 19$$

Réponse. 19 nombres.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 14 – Vrai ou faux ?

a) **Faux** : $2 \times 5 = 10$ tenues.

b) **Vrai** : $3 + 2 + 1 = 6$.

c) **Vrai** : $10 \times 10 = 100$.

d) **Vrai** : $3 \times 2 \times 1 = 6$.

$$2 \times 5 = 10$$

— En a), additionner compte les vêtements, pas les tenues.

— En b), on retrouve la méthode des poignées de main : chaque match relie deux équipes.

Réponse. a) faux (10) · b) vrai · c) vrai · d) vrai.

Correction de l’exercice 15 – Synthèse : la sandwicherie

a) $3 \times 4 \times 2 = 24$ sandwichs.

b) Pour la sauce, il y a maintenant 3 choix (sauce 1, sauce 2, sans sauce) :

$$3 \times 4 \times 3 = 36 \text{ sandwichs}$$

c) $36 \div 4 = 9$: pendant 9 semaines, il peut manger un sandwich différent chaque jour d’école.

Réponse. a) 24 · b) 36 · c) 9 semaines.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).