Plaquette 2 – Les patrons du cube

Les solides — CM2

Corrections détaillées

Boîte à outils

Patrons du cube : repères.

— 6 carrés identiques, reliés par leurs côtés.
— Jamais 5 carrés alignés, jamais un bloc de 2×2 carrés (ni de 2×3).
— Dans une rangée de 3 carrés, les deux carrés des bouts sont des **faces opposées**.
— Dé : les faces opposées totalisent 7 points (1 et 6, 2 et 5, 3 et 4).
— Tout patron de cube de côté c a pour aire $6 \times c \times c$:

$$c = 3 \text{ cm} \quad \Rightarrow \quad 6 \times 9 = 54 \text{ cm}^2$$

Correction de l'exercice 1 – Patron ou pas ? (1)

On imagine le pliage.

a) La croix : **patron** (les 4 carrés de la rangée font le tour, les deux autres ferment dessus et dessous).

b) Le bloc de 2×3 : **pas un patron** ; en pliant, deux carrés se superposent et il manque une face.

c) L'escalier : **patron**.

d) 5 carrés alignés : **pas un patron** (le cinquième recouvre le premier).

2 patrons sur 4

Réponse. a et c.

Correction de l'exercice 2 – Patron ou pas ? (2)

a) **Patron** : la colonne de 4 carrés fait le tour du cube, les deux carrés de part et d'autre du carré du haut ferment les côtés.

b) **Pas un patron** : la rangée de 4 fait le tour ; les deux carrés du dessus sont accrochés aux deux bouts de la rangée et viennent tous les deux sur la même face.

c) **Patron** : un carré au-dessus de la rangée, un en dessous, même s'ils ne sont pas alignés.

rangée de 4 + 1 dessus + 1 dessous = 6

Réponse. a et c.

Correction de l'exercice 3 – Faces opposées dans la croix

Dans la rangée A, B, C, D, les faces se suivent autour du cube : deux faces séparées par une seule sont opposées.

— A est opposée à C ; B est opposée à D.
— E (en bas) et F (en haut) ferment le cube : elles sont opposées.

$$A - C \qquad B - D \qquad E - F$$

— Deux faces opposées ne se touchent jamais dans un patron.

Réponse. A et C ; B et D ; E et F.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l'exercice 4 – Numéroter un dé

On repère les faces opposées (voir l'exercice 3).

— Le 3 (en bas) est opposé à la face du haut : $7 - 3 = 4$.
— Le 2 (à gauche) est opposé à la troisième face de la rangée : $7 - 2 = 5$.
— Le 1 est opposé à la dernière face de la rangée : $7 - 1 = 6$.

$$1 + 6 = 2 + 5 = 3 + 4 = 7$$

Réponse. Rangée : 2, 1, 5, 6 ; en haut : 4.

Correction de l'exercice 5 – Faces opposées dans l'escalier

On choisit B comme fond de la boîte et on plie : A devient la face de gauche, C la face de derrière, D se rabat à droite de C, c'est-à-dire sur le côté droit ; E ferme le dessus et F vient devant.

$$A - D \qquad B - E \qquad C - F$$

— Vérification : A (gauche) et D (droite) sont bien opposées, B (fond) et E (dessus) aussi.
— Dans un escalier, les faces opposées sont séparées par deux faces.

Réponse. A et D ; B et E ; C et F.

Correction de l'exercice 6 – Trois couleurs

On cherche les paires de faces opposées.

— 1 et 3 : de part et d'autre de la face 2, elles deviennent les deux côtés du cube.
— Dans la colonne 2, 4, 5, 6 : faces séparées par une seule, 2 et 5 ; 4 et 6.

$$1 - 3 \qquad 2 - 5 \qquad 4 - 6$$

— On colorie de la même couleur : $\{1; 3\}$, $\{2; 5\}$ et $\{4; 6\}$.

Réponse. 1 et 3 ; 2 et 5 ; 4 et 6.

Correction de l'exercice 7 – La face manquante

La rangée de 4 carrés fait le tour du cube ; le carré du bas ferme le dessous. Il manque le **dessus**.

— Le carré manquant doit être accroché **au-dessus** de l'un des 4 carrés de la rangée : n'importe lequel convient.

$$4 \text{ positions possibles}$$

— En revanche, un carré ajouté en dessous de la rangée viendrait sur la même face que le carré du bas déjà présent.

Réponse. 4 positions : au-dessus de chacun des carrés de la rangée.

Correction de l'exercice 8 – Un carré en trop

La rangée B, C, D, E fait le tour ; la colonne A, C, F, G aussi : les deux « tours » se croisent en C.

— B et D sont opposées ; A et F sont opposées ; E et G viennent toutes les deux sur la face opposée à C : l'une est en trop.
— On peut retirer E ou G (et seulement ces deux-là).

$$7 - 1 = 6 \text{ carrés}$$

— En retirant E, on obtient une croix ; en retirant G, aussi.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Réponse. E ou G.

Correction de l’exercice 9 – L’aire du patron

Un patron de cube est formé de 6 carrés identiques à une face.

— Cube de 3 cm : une face a pour aire $3 \times 3 = 9$ cm².

$$6 \times 9 = 54 \text{ cm}^2$$

— Cube de 5 cm : $6 \times 5 \times 5 = 6 \times 25 = 150$ cm².

— Quelle que soit la forme du patron (croix, escalier…), l’aire est la même.

Réponse. 54 cm² ; 150 cm².

Correction de l’exercice 10 – Le périmètre du patron

On compte les côtés de carrés sur le contour.

— Chaque carré a 4 côtés : $6 \times 4 = 24$. Dans un patron, 5 côtés sont communs à deux carrés (ce sont les plis) ; chacun a été compté deux fois et n’est pas sur le contour.

$$24 - 2 \times 5 = 14 \text{ côtés}$$

— Les deux patrons ont 14 côtés de 2 cm sur leur contour : $14 \times 2 = 28$ cm.

— Surprise : tous les patrons du cube ont le même périmètre.

Réponse. Le même : 28 cm.

Correction de l’exercice 11 – La boîte sans couvercle

Oui. On prend le carré du centre comme fond : les 4 autres se relèvent pour former les 4 côtés de la boîte.

$$1 \text{ fond} + 4 \text{ côtés} = 5 \text{ faces}$$

— Il manque la face opposée au fond : le **couvercle**.

— C’est ainsi qu’on fabrique une boîte en carton : en découpant un carré dans chaque coin d’une grande feuille carrée.

Réponse. Oui ; il manque le couvercle (la face opposée au fond).

Correction de l’exercice 12 – L’erreur de Nina

Le rectangle de 2 rangées de 3 carrés (exercice 1, figure b) a 6 carrés collés, mais ce n’est pas un patron : en le pliant, deux carrés se superposent et une face reste ouverte.

$$6 \text{ carrés} \neq \text{patron assuré}$$

— Autres contre-exemples : 5 carrés alignés plus un ; une rangée de 4 avec deux carrés du même côté aux deux bouts.

— Il n’existe que 11 patrons différents du cube.

Réponse. Non : le rectangle de 2×3 carrés n’est pas un patron.

Correction de l’exercice 13 – Vrai ou faux ?

a) **Faux** : deux faces qui se touchent deviennent voisines sur le cube.

b) **Vrai** : toujours 6 faces identiques.

c) **Faux** : le tour du cube ne compte que 4 faces.

d) **Vrai** : $2 + 5 = 7$.

$$2 + 5 = 7$$

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— En a), deux faces opposées sont toujours séparées par au moins une autre face dans le patron.

Réponse. a) faux · b) vrai · c) faux · d) vrai.

Correction de l’exercice 14 – Le dé posé sur la table

Les faces cachées sont opposées aux faces visibles.

— Sous le 1 (contre la table) : $7 - 1 = 6$.

— Derrière le 2 : 5. À gauche, opposée au 3 : 4.

$$6 + 5 + 4 = 15 \text{ points cachés}$$

— Contrôle : un dé porte $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$ points ; on en voit $1 + 2 + 3 = 6$, et $21 - 6 = 15$.

Réponse. Le 6, le 5 et le 4 ; 15 points.

Correction de l’exercice 15 – Synthèse : fabriquer un dé

a) Une face : $4 \times 4 = 16$ cm², donc :

$$6 \times 16 = 96 \text{ cm}^2$$

— b) D’après l’exercice 5, les faces opposées sont A et D, B et E, C et F.

— D : $7 - 1 = 6$; E : $7 - 2 = 5$; F : $7 - 3 = 4$.

— En pratique, on ajoute des languettes sur certains côtés pour coller le dé : il faut un peu plus de 96 cm² de carton.

Réponse. a) 96 cm² · b) $D = 6$, $E = 5$, $F = 4$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).