Plaquette 4 – Représenter les solides : perspective et vues

Les solides — CM2

Corrections détaillées

Boîte à outils

Lire un dessin en perspective.

— Face avant : vraie grandeur. Dessus et côté : déformés (des parallélogrammes).
— On voit au plus 3 faces d'un pavé ; 3 arêtes sont cachées.
— Pavé fait de petits cubes : nombre de cubes = longueur × largeur × hauteur (en cubes).

$$4 \times 3 \times 2 = 24 \text{ cubes}$$

— Vues : de face, on voit la face avant ; de dessus, on voit le dessus comme une carte.

Correction de l'exercice 1 – La perspective cavalière

a) La face de devant, *ABFE* : ses angles droits et ses longueurs sont respectés (4 cm sur 2,5 cm).

b) Sur le dessin, *EFGH* est un **parallélogramme** : ses angles ne sont plus droits, mais ses côtés opposés restent parallèles.

c) Les arêtes [*CD*], [*DA*] et [*DH*] partent du sommet *D*, caché derrière : on ne les voit pas, on les dessine en pointillé.

$$12 \text{ arêtes} = 9 \text{ visibles} + 3 \text{ cachées}$$

Réponse. a) *ABFE* · b) un parallélogramme · c) ce sont des arêtes cachées.

Correction de l'exercice 2 – Ce qu'on voit, ce qu'on ne voit pas

— Faces visibles : devant *ABFE*, dessus *EFGH*, droite *BCGF* : 3 faces.
— Faces cachées : dessous *ABCD*, derrière *DCGH*, gauche *ADHE* : 3 faces.
— Un seul sommet est caché : *D*.

$$3 + 3 = 6 \text{ faces}$$

— Chaque face visible est opposée à une face cachée.

Réponse. 3 visibles, 3 cachées ; 1 sommet caché (*D*).

Correction de l'exercice 3 – Compter les petits cubes (1)

On compte par étage.

— Un étage : 3 cubes en longueur et 2 en profondeur, soit $3 \times 2 = 6$ cubes.
— Il y a 2 étages.

$$3 \times 2 \times 2 = 12 \text{ cubes}$$

— Attention : on ne voit pas tous les cubes. Compter seulement les faces visibles donnerait un résultat faux.

Réponse. 12 cubes.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 4 – Compter les petits cubes (2)

— Un étage : $4 \times 3 = 12$ cubes ; 2 étages : 24 cubes.

$$4 \times 3 \times 2 = 24$$

— Cubes visibles : ceux du dessus (12), plus ceux de l’étage du bas qui touchent la face avant ou la face droite : $4 + 3 - 1 = 6$.

— Cubes invisibles : $24 - 12 - 6 = 6$ cubes, en bas, au fond et à gauche.

Réponse. 24 cubes ; 6 invisibles.

Correction de l’exercice 5 – L’escalier

On compte colonne par colonne : $3 + 2 + 1 = 6$ cubes.

— Deux fois plus profond : chaque colonne est doublée.

$$2 \times 6 = 12 \text{ cubes}$$

— Pour faire un escalier de 4 marches : $4 + 3 + 2 + 1 = 10$ cubes.

— On voit ici tous les cubes, car les colonnes descendent vers la droite et la profondeur n’est que de 1 cube.

Réponse. 6 cubes ; 12 cubes.

Correction de l’exercice 6 – Les vues de l’escalier

— Vue de face : on voit la forme de l’escalier, $3 + 2 + 1 = 6$ carrés en marches.

— Vue de dessus : une rangée de 3 carrés (on voit le haut de chaque colonne).

— Vue de droite : une colonne de 3 carrés (la plus haute colonne cache les autres).

face : 6 dessus : 3 droite : 3

— Aucune vue ne suffit seule à reconstruire le solide : il faut les combiner.

Réponse. Face : 6 carrés en marches ; dessus : 3 en ligne ; droite : 3 en colonne.

Correction de l’exercice 7 – Compléter pour faire un pavé

Le pavé complet compte $3 \times 1 \times 3 = 9$ cubes. L’escalier en a 6.

$$9 - 6 = 3 \text{ cubes}$$

— On ajoute 1 cube sur la colonne du milieu et 2 sur la colonne de droite.

— Vérification : $0 + 1 + 2 = 3$.

— Deux escaliers identiques ne forment pas ce pavé : $2 \times 6 = 12 \neq 9$.

Réponse. 3 cubes.

Correction de l’exercice 8 – Vus de dessus

a) Un **carré**.

b) Un **disque**.

c) Un **disque** avec un point au centre (la pointe).

d) Un **carré** avec ses deux diagonales (les arêtes qui montent vers le sommet).

cylindre et cône : même vue de dessus (ou presque)

— Deux solides différents peuvent avoir la même vue de dessus : il faut une autre vue pour les distinguer.

Réponse. a) carré · b) disque · c) disque et point · d) carré et diagonales.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 9 – Le cube peint

— 3 faces peintes : les cubes des coins, 8.
— 2 faces : ceux du milieu des arêtes, 1 par arête, 12.
— 1 face : ceux du centre de chaque face, 6.
— Aucune : le cube du centre, 1.

$$8 + 12 + 6 + 1 = 27 = 3 \times 3 \times 3$$

— La somme vérifie le comptage : on retrouve bien les 27 petits cubes du grand cube.

Réponse. 8 ; 12 ; 6 ; 1.

Correction de l’exercice 10 – L’erreur de Léa

Avec toutes les arêtes en trait plein, on ne sait plus quelles arêtes sont devant et lesquelles sont derrière : le dessin peut se lire de deux façons (on croit voir le pavé par-dessus, puis par-dessous).

— En perspective cavalière, les 3 arêtes cachées doivent être en **pointillé**.

$$9 \text{ traits pleins} + 3 \text{ pointillés}$$

— Le pointillé indique au lecteur « cette arête est derrière » et lève toute ambiguïté.

Réponse. On ne distingue plus l’avant de l’arrière : il faut les arêtes cachées en pointillé.

Correction de l’exercice 11 – Vrai ou faux ?

a) **Vrai**.
b) **Faux** : le dessus et le côté sont dessinés comme des parallélogrammes.
c) **Faux** : certains cubes sont cachés derrière ou dessous.
d) **Vrai** : $2 \times 3 \times 4 = 24$.

$$2 \times 3 \times 4 = 24$$

— En b), c’est sur le vrai cube que toutes les faces sont carrées, pas sur le dessin.

Réponse. a) vrai · b) faux · c) faux · d) vrai.

Correction de l’exercice 12 – Agrandir le cube

— Arête 2 : $2 \times 2 \times 2 = 8$ cubes.
— Arête 3 : $3 \times 3 \times 3 = 27$ cubes.
— Arête 4 : $4 \times 4 \times 4 = 64$ cubes.

$$64 - 27 = 37 \text{ cubes à ajouter}$$

— Doubler l’arête (de 2 à 4) multiplie le nombre de cubes par 8 : $8 \times 8 = 64$.

Réponse. 8, 27, 64 ; il faut ajouter 37 cubes.

Correction de l’exercice 13 – L’escalier épais

— Une tranche (profondeur 1) : $4 + 3 + 2 + 1 = 10$ cubes.
— Deux tranches :

$$2 \times 10 = 20 \text{ cubes}$$

— Astuce pour $4 + 3 + 2 + 1$: on associe $4 + 1$ et $3 + 2$, soit $2 \times 5 = 10$.
— Sur le dessin, certains cubes de la tranche arrière sont cachés : on ne peut pas se contenter de compter ce qu’on voit.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Réponse. 20 cubes.

Correction de l’exercice 14 – Des vues au solide

— Au maximum, c’est un cube de $2 \times 2 \times 2$:

$$2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ cubes}$$

— Au minimum : les 4 colonnes vues de dessus doivent exister (au moins un cube chacune), et la vue de face exige 2 étages. On peut mettre 2 cubes dans les deux colonnes de devant et 1 dans celles de derrière : $2 + 2 + 1 + 1 = 6$ cubes.

— Entre 6 et 8 cubes, selon ce qui est caché.

Réponse. Au maximum 8, au minimum 6.

Correction de l’exercice 15 – Synthèse : le pavé peint

a) $5 \times 3 \times 2 = 30$ cubes.

b) Les cubes des 8 coins ont 3 faces peintes.

c) Un cube non peint serait entièrement à l’intérieur : il ne toucherait ni le dessus ni le dessous. Or le pavé n’a que 2 étages : chaque cube touche le dessus ou le dessous.

$$(5-2) \times (3-2) \times (2-2) = 3 \times 1 \times 0 = 0$$

— Aucun cube n’est sans peinture.

Réponse. a) 30 · b) 8 · c) 0.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).