Plaquette 5 – Problèmes avec les solides

Les solides — CM2

Corrections détaillées

Boîte à outils

Pavé de dimensions L, l, h.

— Aire totale des faces : $2 \times (L \times l) + 2 \times (L \times h) + 2 \times (l \times h)$.

— Longueur des 12 arêtes : $4 \times (L + l + h)$.

— Nombre de cubes de côté c rangés dans une boîte : $(L \div c) \times (l \div c) \times (h \div c)$, si les divisions tombent juste.

$$12 \div 2 = 6 \qquad 8 \div 2 = 4 \qquad 6 \div 2 = 3 \qquad 6 \times 4 \times 3 = 72$$

Correction de l’exercice 1 – Emballer un colis

a) $2 \times (40 \times 30) + 2 \times (40 \times 20) + 2 \times (30 \times 20) = 2\,400 + 1\,600 + 1\,200 = 5\,200$ cm².

b) Tour dans le sens de la longueur : $2 \times (40 + 20) = 120$ cm. Dans le sens de la largeur : $2 \times (30 + 20) = 100$ cm.

$$120 + 100 + 30 = 250 \text{ cm}$$

— Il faut 2,50 m de ruban.

Réponse. a) 5 200 cm² · b) 250 cm.

Correction de l’exercice 2 – Ranger des cubes

On compte combien de cubes tiennent dans chaque direction.

— En longueur : $12 \div 2 = 6$. En largeur : $8 \div 2 = 4$. En hauteur : $6 \div 2 = 3$.

$$6 \times 4 \times 3 = 72 \text{ cubes}$$

— Chaque étage contient $6 \times 4 = 24$ cubes, et il y a 3 étages.

— Les divisions tombent juste : la boîte est remplie sans vide.

Réponse. 72 cubes.

Correction de l’exercice 3 – L’aquarium

L’aquarium a 5 faces en verre : le fond et les 4 côtés.

— Fond : $50 \times 30 = 1\,500$ cm².

— Devant et derrière : $2 \times (50 \times 40) = 4\,000$ cm².

— Côtés : $2 \times (30 \times 40) = 2\,400$ cm².

$$1\,500 + 4\,000 + 2\,400 = 7\,900 \text{ cm}^2$$

— Soit 79 dm², un peu moins de 1 m².

Réponse. 7 900 cm².

Correction de l’exercice 4 – La tour de dés

Un dé porte $1 + 2 + \ldots + 6 = 21$ points ; 3 dés en portent 63.

— Sur chaque dé, on voit les 4 faces latérales : deux paires de faces opposées, soit $7 + 7 = 14$ points. Pour 3 dés : $3 \times 14 = 42$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— On voit aussi le 5 du dessus.

$$63 - 42 - 5 = 16 \text{ points cachés}$$

— La réponse ne dépend pas de la façon dont les dés sont tournés !

Réponse. 16 points.

Correction de l’exercice 5 – Quel pavé ?

On lit les dimensions des rectangles.

— La bande centrale a 5 cm de large : c’est la longueur, 5 cm.
— Ses faces mesurent 3 et 2 cm de haut, en alternance : hauteur 3 cm et largeur 2 cm.
— Les côtés mesurent bien 3×2.

$$5 \times 2 \times 3 = 30 \text{ cubes}$$

— Le pavé mesure 5 cm × 2 cm × 3 cm.

Réponse. $5 \times 2 \times 3$ cm ; 30 cubes.

Correction de l’exercice 6 – Repeindre une chambre

— Murs : $2 \times (5 \times 2{,}5) + 2 \times (4 \times 2{,}5) = 25 + 20 = 45$ m².
— Plafond : $5 \times 4 = 20$ m².
— Total : 65 m², soit $65 \div 10 = 6{,}5$ L de peinture.

$$2 \times 2{,}5 = 5 < 6{,}5 < 3 \times 2{,}5 = 7{,}5$$

— Il faut 3 pots (il restera 1 L).

Réponse. 3 pots.

Correction de l’exercice 7 – La tente

Les faces latérales du prisme sont 3 rectangles de 3 m sur 2 m : deux pans de toit et le tapis de sol.

$$3 \times (3 \times 2) = 3 \times 6 = 18 \text{ m}^2$$

— Il faut 18 m² de toile pour ces trois faces.
— Les deux triangles (l’entrée et le fond) demandent un calcul d’aire de triangle, vu au collège.

Réponse. 18 m².

Correction de l’exercice 8 – Une rangée de cubes

Pour chaque cube : le dessus, le devant et l’arrière sont visibles (3 faces). Les deux cubes des bouts montrent en plus leur face extérieure.

$$3 \times 5 + 2 = 17 \text{ faces}$$

— Les faces collées entre deux cubes et les faces posées sur la table sont cachées.
— Pour 10 cubes : $3 \times 10 + 2 = 32$ faces.

Réponse. 17 faces ; 32 faces.

Correction de l’exercice 9 – Le cube en fil de fer

a) Un cube a 12 arêtes égales : $60 \div 12 = 5$ cm.
b) $4 \times (L + l + h) = 48$, donc $L + l + h = 48 \div 4 = 12$ cm.

$$h = 12 - 6 - 4 = 2 \text{ cm}$$

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— Vérification : $4 \times (6 + 4 + 2) = 4 \times 12 = 48$ cm.
— En a), on vérifie : $12 \times 5 = 60$ cm.

Réponse. a) 5 cm · b) 2 cm.

Correction de l’exercice 10 – L’erreur de Léo

Léo a multiplié trois longueurs : ce calcul donne le nombre de petits cubes de 1 cm contenus dans le cube (64), pas l’aire de son patron.

— Le patron est formé de 6 carrés de $4 \times 4 = 16$ cm² :

$$6 \times 16 = 96 \text{ cm}^2$$

— Une aire s’obtient en multipliant **deux** longueurs (d’une même face), puis en additionnant les faces.

Réponse. L’aire est 96 cm² (6 faces de 16 cm²).

Correction de l’exercice 11 – La maquette de maison

— Faces : le cube sans son dessus (5) et le toit sans sa face du bas (2 triangles et 2 pans), soit $5 + 4 = 9$ faces.
— Sommets : les 8 du cube et les 2 du faîte du toit : 10.
— Arêtes : les 12 du cube, plus le faîte (1) et les 4 arêtes qui descendent du faîte : 17.

$$9 + 10 - 17 = 2$$

— La relation d’Euler est vérifiée.

Réponse. 9 faces, 10 sommets, 17 arêtes.

Correction de l’exercice 12 – Vrai ou faux ?

a) **Vrai**.
b) **Vrai** : $3 \times 3 \times 3 = 27$.
c) **Faux** : pavé $2 \times 100 + 4 \times 10 = 240$ cm² ; cube $6 \times 25 = 150$ cm².
d) **Vrai** : $5 \times 5 \times 5 = 125$.

$$10 \div 2 = 5 \qquad 5 \times 5 \times 5 = 125$$

— En c), des formes différentes peuvent avoir des patrons d’aires très différentes.

Réponse. a) vrai · b) vrai · c) faux · d) vrai.

Correction de l’exercice 13 – Des boîtes dans un carton

On aligne les dimensions : 20 cm le long des 60 cm, 10 cm le long des 40 cm, 15 cm le long des 30 cm.

— $60 \div 20 = 3$; $40 \div 10 = 4$; $30 \div 15 = 2$.

$$3 \times 4 \times 2 = 24 \text{ boîtes}$$

— Le carton est plein, sans vide. Dans un autre sens (par exemple 20 cm le long des 30 cm), une division ne tomberait pas juste et on en rangerait moins.

Réponse. 24 boîtes.

Correction de l’exercice 14 – Le squelette de la pyramide

Pour une pyramide dont la base a $n = 6$ côtés :

— Arêtes : $2 \times 6 = 12$ pailles.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— Sommets : $6 + 1 = 7$ boules.

$$12 \times 10 = 120 \text{ cm}$$

— Il faut 1,20 m de pailles.

— Vérification par la relation d'Euler : 7 faces $+7$ sommets -12 arêtes $= 2$.

Réponse. 12 pailles, 7 boules, 120 cm.

Correction de l'exercice 15 – Synthèse : la boîte à crayons

a) Fond $20 \times 8 = 160$; devant et derrière $2 \times (20 \times 5) = 200$; côtés $2 \times (8 \times 5) = 80$:

$$160 + 200 + 80 = 440 \text{ cm}^2$$

b) La boîte ouverte a quand même ses 12 arêtes (le bord du haut compte) :
$4 \times (20 + 8 + 5) = 132$ cm.

c) Non : $20 \div 2 = 10$ et $8 \div 2 = 4$, mais $5 \div 2$ ne tombe pas juste ; il resterait 1 cm de vide en haut.

Réponse. a) 440 cm² · b) 132 cm · c) non.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).