Plaquette 5 – Problèmes de symétrie

Symétrie axiale — CM2

Corrections détaillées

Boîte à outils

Utiliser la symétrie.

— Un point et son image sont à la même distance de l'axe : la distance entre eux est le double.

$$5 \text{ m au-dessus} \quad \Rightarrow \quad 5 + 5 = 10 \text{ m entre l'objet et son reflet}$$

— Figure symétrique : aire totale = 2 × aire d'une moitié.

— Miroir vertical : la gauche et la droite sont échangées, pas le haut et le bas.

— Pliage : ce que l'on découpe sur le pli apparaît en double, symétriquement, en dépliant.

Correction de l'exercice 1 – Pliage et découpage

En dépliant, on obtient le triangle et son symétrique, collés le long du pli : un quadrilatère à quatre côtés.

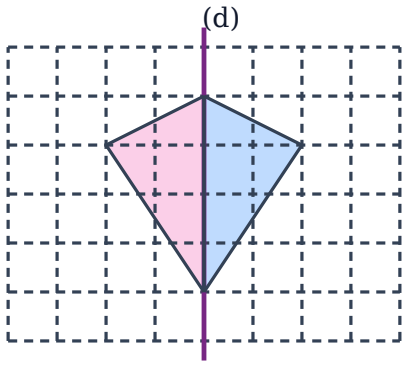
— Les deux côtés du haut sont égaux (symétriques), ainsi que les deux côtés du bas : c'est un **cerf-volant**.

— Il a **un** axe de symétrie : le pli (d).

$$\text{aire dépliée} = 2 \times \text{aire du triangle}$$

— C'est la méthode pour découper un cœur ou un sapin parfaitement symétrique.

Réponse. Un cerf-volant ; un seul axe, le pli.



Correction de l'exercice 2 – Plié en quatre

Le petit triangle est découpé à travers 4 épaisseurs : il apparaît 4 fois, symétrique par rapport à chacun des deux plis.

— Les 4 triangles se rejoignent par leur angle droit au centre de la feuille.

$$4 \times 90° = 360°$$

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— Ils forment un trou en forme de **carré** (posé sur une pointe), au **centre** de la feuille. Ce trou a les deux plis pour axes de symétrie, ainsi que deux autres axes.

Réponse. Un carré au centre de la feuille.

Correction de l’exercice 3 – Le mot AMBULANCE

Un conducteur voit l’ambulance dans son **rétroviseur**, c’est-à-dire dans un miroir : l’écriture en miroir apparaît alors à l’endroit.

— Un miroir vertical échange la gauche et la droite : l’ordre des lettres est inversé et chaque lettre est retournée.

— Lettres qui ont un axe vertical, donc inchangées dans le miroir : A, M, U.

$$\text{AMBULANCE : A, M, U, A inchangées}$$

— B, L, N, C et E sont retournées.

Réponse. Pour être lu dans un rétroviseur ; A, M et U.

Correction de l’exercice 4 – L’horloge dans le miroir

Le miroir est vertical : il échange la gauche et la droite. L’axe de symétrie de l’horloge est la droite qui passe par le 12 et le 6.

— La petite aiguille semble sur le 10 ; son symétrique par rapport à l’axe 12–6 est le 2.

— La grande aiguille, sur le 12, reste sur le 12.

$$10\text{ h} \leftrightarrow 2\text{ h} \qquad (10 + 2 = 12)$$

— Il est réellement **2 h**. Astuce : pour les heures pleines, l’heure vraie et l’heure vue font 12 ensemble.

Réponse. 2 h.

Correction de l’exercice 5 – Le reflet dans le lac

a) La pointe du sapin est à 4 carreaux au-dessus de l’axe : le sapin mesure 4 m au-dessus de l’eau. La pointe du reflet est à 4 m **sous** la surface.

b) L’oiseau est à 5 m au-dessus ; son reflet semble à 5 m en dessous.

$$5 + 5 = 10\text{ m}$$

— Le reflet a la même taille que l’objet, mais il est « la tête en bas » : l’axe est horizontal.

Réponse. a) 4 m ; pointe du reflet à 4 m sous l’eau · b) 10 m.

Correction de l’exercice 6 – Le papillon

L’autre aile est le symétrique de la première : même aire et même contour.

$$2 \times 18 = 36\text{ cm}^2 \qquad 2 \times 20 = 40\text{ cm}$$

— Les deux ailes ont une aire de 36 cm² et un contour de 40 cm.

— Il suffit de mesurer la moitié d’une figure symétrique, puis de doubler.

Réponse. 36 cm² ; 40 cm.

Correction de l’exercice 7 – Le jardin symétrique

a) Le bassin de gauche mesure 2 m sur 3 m : $2 \times 3 = 6$ m². Son symétrique a la même aire.

$$2 \times 6 = 12\text{ m}^2$$

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— b) Le bord droit du bassin de gauche est à 3 m de l'axe ; le bord gauche de l'autre bassin aussi, de l'autre côté. Distance : $3 + 3 = 6$ m.
— Les deux bassins sont à la même distance des bords du jardin : 1 m.

Réponse. a) 12 m² · b) 6 m.

Correction de l'exercice 8 – Les panneaux routiers

a) Octogone régulier : 8 axes.

b) Carré posé sur une pointe : 4 axes (les deux diagonales, verticale et horizontale, et les deux droites qui joignent les milieux des côtés opposés).

c) Triangle équilatéral pointe en bas : 3 axes.

$$8 + 4 + 3 = 15 \text{ axes}$$

— Avec les inscriptions (« STOP »), le panneau n'a plus aucun axe : les lettres S et P ne sont pas symétriques.

Réponse. a) 8 · b) 4 · c) 3.

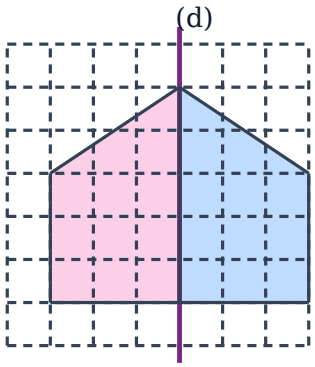
Correction de l'exercice 9 – Compléter la moitié

a) On construit les symétriques des deux sommets de gauche (à 3 carreaux de l'axe) ; les deux sommets sur l'axe restent en place.

b) La moitié dessinée : un rectangle de $3 \times 3 = 9$ carreaux en bas, et au-dessus un triangle, moitié d'un rectangle 3×2, soit 3 carreaux. Moitié : $9 + 3 = 12$ cm².

$$A = 2 \times 12 = 24 \text{ cm}^2$$

Réponse. b) 12 cm² ; 24 cm².



Correction de l'exercice 10 – L'erreur de Lina

Un miroir vertical est comme un axe de symétrie vertical (vu de dessus, c'est un plan face à nous).

— Ce qui est en haut reste en haut, ce qui est en bas reste en bas : le haut et le bas ne sont **pas** échangés.
— Quand Lina lève la main droite, son reflet lève la main qui est du même côté, que l'on appelle sa main gauche.

$$\text{gauche} \leftrightarrow \text{droite} \qquad \text{haut} \rightarrow \text{haut}$$

— Un miroir posé à plat (comme la surface d'un lac), lui, échange le haut et le bas.

Réponse. Il échange la gauche et la droite, pas le haut et le bas.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 11 – Des mots dans le miroir

Il faut deux conditions : chaque lettre doit avoir un axe vertical, et le mot doit se lire pareil dans les deux sens (palindrome).

— OTTO : O et T ont un axe vertical, palindrome : **identique**.
— WOW et TOT : **identiques**.
— ELLE : palindrome, mais E et L n’ont pas d’axe vertical : **modifié**.
— NON : N n’a pas d’axe vertical : **modifié**.

$$\text{OTTO, WOW, TOT}$$

Réponse. OTTO, WOW et TOT.

Correction de l’exercice 12 – Le motif répété

— Après la première symétrie : 2 motifs.
— Après la seconde, chacun des 2 motifs a une image : $2 \times 2 = 4$ motifs.

$$2 \times 2 = 4$$

— La figure finale a au moins 2 axes de symétrie : (d_1) et (d_2).
— C’est le principe du kaléidoscope ou des motifs de carrelage.

Réponse. 4 motifs ; au moins 2 axes.

Correction de l’exercice 13 – Vrai ou faux ?

a) **Vrai** : la symétrie conserve les longueurs.
b) **Vrai** : le pli est l’axe de symétrie.
c) **Vrai** : le 3 et le 9 sont symétriques par rapport à l’axe 12–6.
d) **Vrai** : $2 \times 15 = 30$.

$$3 + 9 = 12$$

— En c), on retrouve l’astuce de l’exercice 4 : heure vraie + heure vue = 12.

Réponse. Tout est vrai.

Correction de l’exercice 14 – Le carrelage

— L’axe est au milieu du mur : à $300 \div 2 = 150$ cm du bord gauche.
— a) Le motif de gauche va de 40 cm à 120 cm du bord gauche. Par symétrie, le motif de droite va de 40 cm à 120 cm du bord **droit**, c’est-à-dire de 180 cm à 260 cm du bord gauche.
— b) Entre 120 cm et 180 cm :

$$180 - 120 = 60 \text{ cm}$$

— Vérification : $40 + 80 + 60 + 80 + 40 = 300$ cm.

Réponse. a) de 180 à 260 cm du bord gauche · b) 60 cm.

Correction de l’exercice 15 – Synthèse : le cerf-volant

a) D est le symétrique de B : $AD = AB = 30$ cm et $CD = CB = 50$ cm. Ruban :

$$30 + 50 + 50 + 30 = 160 \text{ cm}$$

b) Baguettes : $60 + 40 = 100$ cm.

c) D est le symétrique de B par rapport à (AC) : le segment $[BD]$ qui joint un point à son symétrique est perpendiculaire à l’axe, et l’axe le coupe en son milieu.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Réponse. a) 30 cm, 50 cm ; 160 cm · b) 100 cm · c) D est le symétrique de B.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).