Plaquette 3 – Construire le symétrique sur papier uni

Symétrie axiale — CM2

Corrections détaillées

Boîte à outils

Deux méthodes.

— Équerre et règle : perpendiculaire à (d) par M, pied H, puis report de la longueur HM de l'autre côté.

$$(MM') \perp (d) \qquad HM' = HM$$

— Compas : on choisit deux points A et B sur (d) ; on trace l'arc de centre A passant par M et l'arc de centre B passant par M ; ils se recoupent en M'.

— Un segment a pour image un segment de même longueur ; un cercle a pour image un cercle de même rayon, dont le centre est l'image du centre.

Correction de l'exercice 1 – À l'équerre et à la règle

1) On place l'équerre le long de (d) et on la fait glisser jusqu'à M : on trace la perpendiculaire à (d) passant par M. Elle coupe (d) en H.

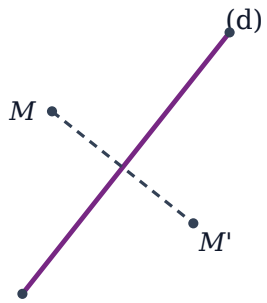
2) On mesure HM à la règle.

3) On reporte cette longueur de l'autre côté de (d), sur la perpendiculaire : c'est M'.

$$HM' = HM \qquad (MM') \perp (d)$$

— On code l'angle droit en H et les longueurs égales.

Réponse. Perpendiculaire par M, pied H, report de HM : voir la figure.



Correction de l'exercice 2 – Au compas seulement

1) On pique en A, on ouvre jusqu'à M, et on trace un arc de l'autre côté de (d).

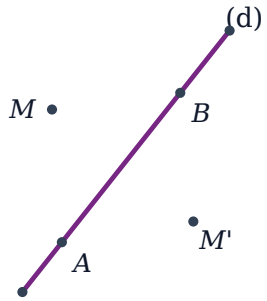
2) On pique en B, on ouvre jusqu'à M, et on trace un second arc. Les arcs se coupent en M'.

$$AM' = AM \qquad BM' = BM$$

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— Pourquoi ? A est sur l'axe, donc il est à la même distance de M et de son symétrique : M' est sur le cercle de centre A passant par M. De même pour B. M' est à l'intersection des deux cercles (l'autre intersection est M).

Réponse. Arcs de centres A et B passant par M ; ils se recoupent en M'.



Correction de l'exercice 3 – Le symétrique d'un segment

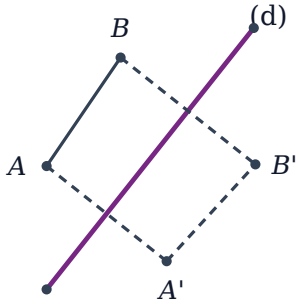
Un segment est déterminé par ses extrémités : on construit A' et B', puis on trace $[A'B']$.

— A' : perpendiculaire à (d) par A, report de la distance à l'axe.
— B' : de même.

$$A'B' = AB$$

— En mesurant, on trouve la même longueur : la symétrie conserve les longueurs.
— Inutile de construire d'autres points du segment : les images de tous ses points sont sur $[A'B']$.

Réponse. Voir la figure ; $A'B' = AB$.



Correction de l'exercice 4 – Le symétrique d'un triangle

On construit les images des trois sommets, puis on les relie dans le même ordre.

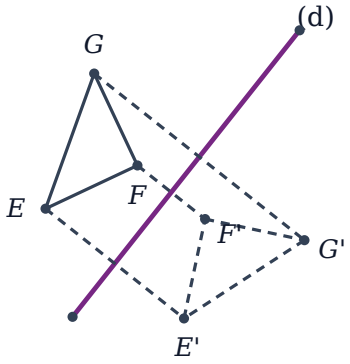
— E', F' et G' : pour chacun, perpendiculaire à (d) et report de la distance (ou méthode du compas).
— On trace le triangle $E'F'G'$.

$$E'F' = EF \quad F'G' = FG \quad G'E' = GE$$

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— Les deux triangles sont superposables par pliage le long de (d) : même forme, mêmes dimensions, mais « retournés ».

Réponse. Le triangle $E'F'G'$ (voir la figure).



Correction de l’exercice 5 – Le symétrique d’un cercle

L’image d’un cercle est un cercle de **même rayon**, dont le centre est l’image du centre.

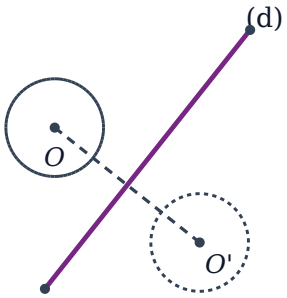
— On construit O', symétrique de O (équerre et règle).

— On trace le cercle de centre O' et de rayon 1 cm.

$$r' = r = 1 \text{ cm}$$

— Inutile de construire des dizaines de points du cercle : le centre et le rayon suffisent.

Réponse. Cercle de centre O', rayon 1 cm.



Correction de l’exercice 6 – Un point sur l’axe

— K est sur l’axe : c’est sa propre image, $K' = K$.

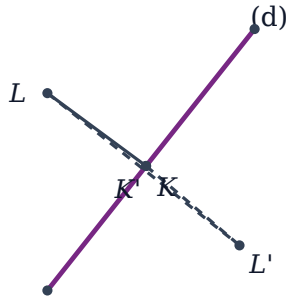
— On construit L' puis on trace $[KL']$.

$$K' = K \qquad KL' = KL$$

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— Les deux segments partent du même point de l'axe et forment un « V » dont l'axe (d) est l'axe de symétrie : (d) partage l'angle $L\hat{K}L'$ en deux angles égaux.

Réponse. $K' = K$; le segment image part de K.



Correction de l'exercice 7 – Des longueurs à calculer

Un point et son symétrique sont à la même distance de l'axe, de part et d'autre.

a) $HM' = HM = 2{,}5$ cm et :

$$MM' = 2{,}5 + 2{,}5 = 5 \text{ cm}$$

— b) PP' est le double de la distance de P à l'axe : $7 \div 2 = 3{,}5$ cm.

— Vérification : $3{,}5 + 3{,}5 = 7$.

Réponse. a) 2,5 cm ; 5 cm · b) 3,5 cm.

Correction de l'exercice 8 – Retrouver l'axe

L'axe est perpendiculaire à $[MM']$ et passe par son milieu.

— Règle et équerre : on mesure MM', on place le milieu I, puis on trace la perpendiculaire à (MM') passant par I.

— Compas : avec un même écartement (plus grand que la moitié de MM'), on trace des arcs de centres M et M', de part et d'autre de $[MM']$; ils se coupent en deux points par lesquels passe l'axe.

$$IM = IM' = MM' \div 2$$

Réponse. La perpendiculaire à $[MM']$ en son milieu.

Correction de l'exercice 9 – L'erreur de Tom

Non. Le segment $[MM']$ doit être **perpendiculaire** à l'axe, pas parallèle.

— Avec la méthode de Tom, M' est du **même côté** de (d) que M, à la même distance de l'axe : en pliant le long de (d), M ne vient pas sur M'.

$$(MM') \perp (d) \quad \text{et} \quad (d) \text{ coupe } [MM'] \text{ en son milieu}$$

— Tom a en fait fait **glisser** le point le long de l'axe, au lieu de le « retourner » de l'autre côté.

Réponse. Non : $[MM']$ doit être perpendiculaire à (d).

Correction de l'exercice 10 – Le symétrique d'une droite

Il suffit de deux points de l'image.

— I est sur l'axe : $I' = I$. La droite image passe donc par I.

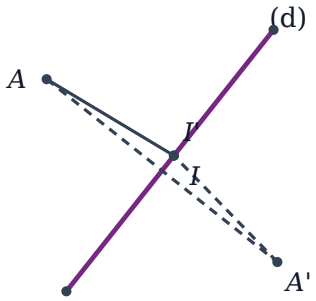
mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— On construit A', symétrique de A, puis on trace la droite (IA').

$$I' = I$$

— Une droite et son image se coupent sur l'axe (sauf si elles sont parallèles à l'axe).

Réponse. Par I ; c'est la droite (IA').



Correction de l'exercice 11 – Un axe horizontal sur papier uni

Le côté $[AB]$ est à 1 cm de l'axe ; le côté $[DC]$ est à $1 + 2 = 3$ cm.

— L'image $A'B'C'D'$ est un rectangle de 4 cm sur 2 cm, sous l'axe.

— $[A'B']$ est à 1 cm sous l'axe, $[D'C']$ à 3 cm sous l'axe.

$$1 + 2 = 3 \text{ cm}$$

— L'image est « la tête en bas » : le côté le plus proche de l'axe reste le plus proche.

— La distance entre $[DC]$ et $[D'C']$ vaut $3 + 3 = 6$ cm.

Réponse. Un rectangle identique sous l'axe ; $[D'C']$ à 3 cm de (d).

Correction de l'exercice 12 – Vrai ou faux ?

a) **Vrai** : même rayon, centre image.

b) **Vrai** : la symétrie conserve les longueurs.

c) **Vrai** : tout point de l'axe est à égale distance de M et de M'.

d) **Faux** : ils sont de part et d'autre de l'axe (sauf si le point est sur l'axe).

$$A'B' = AB$$

— Pour c), mieux vaut choisir A et B assez éloignés, pour que les arcs se coupent nettement.

Réponse. a) vrai · b) vrai · c) vrai · d) faux.

Correction de l'exercice 13 – Le carré

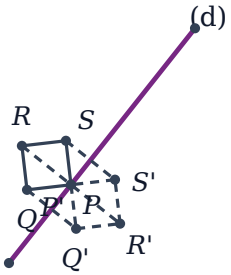
P est sur l'axe : $P' = P$. Il reste 3 sommets à construire : Q', R' et S'.

$$4 - 1 = 3 \text{ sommets}$$

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— On trace ensuite le quadrilatère $PQ'R'S'$: c'est un carré de même côté, car la symétrie conserve les longueurs et les angles droits.
— Les deux carrés ont le sommet P en commun.

Réponse. 3 sommets (P est sur l'axe) ; voir la figure.



Correction de l'exercice 14 – Vérifier une construction

Deux vérifications suffisent.

1) Avec l'équerre : la droite (NN') est-elle perpendiculaire à (d) ?

2) Avec la règle graduée (ou le compas) : le point H où (NN') coupe (d) est-il le milieu de $[NN']$?

$$(NN') \perp (d) \qquad HN = HN'$$

— Si l'une des deux conditions n'est pas remplie, N' n'est pas le symétrique de N.
— On peut aussi décalquer la figure et plier le calque le long de (d).

Réponse. Perpendicularité à l'équerre et milieu à la règle.

Correction de l'exercice 15 – Synthèse : un triangle et un cercle

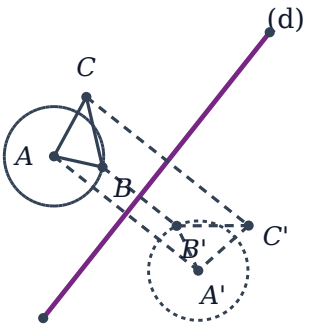
a) Voir la figure : triangle $A'B'C'$ et cercle de centre A'.

b) Les images des trois sommets A', B', C' suffisent : le cercle image a pour centre A' et le même rayon.

c) Oui : $A'B' = AB$, car la symétrie conserve les longueurs. B' est donc à la distance « rayon » de A' :

$$A'B' = AB = r$$

Réponse. b) A', B', C' · c) oui, car $A'B' = AB$.



mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).