Plaquette 2 – Construire le symétrique sur quadrillage

Symétrie axiale — CM2

Corrections détaillées

Boîte à outils

Compter les carreaux.

— Axe vertical : même ligne, même nombre de carreaux de l'autre côté de l'axe.
— Axe horizontal : même colonne, même nombre de carreaux de l'autre côté.
— Axe oblique (diagonale des carreaux) : n carreaux horizontalement jusqu'à l'axe, puis n carreaux verticalement de l'autre côté.

$$A \text{ à 3 carreaux de l'axe} \quad \Rightarrow \quad A' \text{ à 3 carreaux, de l'autre côté}$$

— Pour une figure : on construit l'image de chaque sommet, puis on relie les images dans le même ordre.
— Contrôle : en pliant le long de l'axe, la figure et son image se superposent.

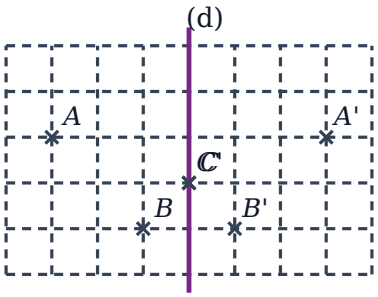
Correction de l'exercice 1 – Axe vertical

On compte les carreaux horizontalement jusqu'à l'axe, puis on reporte de l'autre côté, sur la même ligne.

— A est à 3 carreaux à gauche de l'axe : A' est à 3 carreaux à droite.
— B est à 1 carreau à gauche : B' est à 1 carreau à droite.
— C est sur l'axe : $C' = C$.

$$AA' = 3 + 3 = 6 \text{ carreaux}$$

Réponse. Voir la figure ; $C' = C$.



Correction de l'exercice 2 – Axe horizontal

On compte verticalement, sur la même colonne.

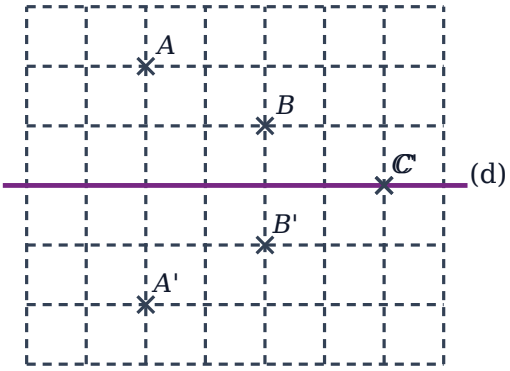
— A est 2 carreaux au-dessus de l'axe : A' est 2 carreaux en dessous.
— B est 1 carreau au-dessus : B' est 1 carreau en dessous.
— C est sur l'axe : il est sa propre image.

$$BB' = 1 + 1 = 2 \text{ carreaux}$$

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— Le segment $[AA']$ est vertical, donc perpendiculaire à l'axe.

Réponse. Voir la figure ; $C' = C$.



Correction de l'exercice 3 – Axe oblique : des points

Astuce pour un axe qui suit les diagonales : on compte les carreaux **horizontalement** du point jusqu'à l'axe, puis, depuis le point de l'axe atteint, on reporte le **même nombre** de carreaux **verticalement**, de l'autre côté.

— A : 3 carreaux vers la droite jusqu'à l'axe, puis 3 carreaux vers le bas : c'est A'.

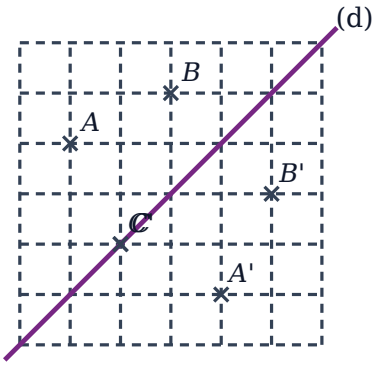
— B : 2 carreaux vers la droite, puis 2 vers le bas : c'est B'.

— C est sur l'axe : $C' = C$.

$$3 \text{ carreaux} \rightarrow \text{ axe } \rightarrow 3 \text{ carreaux}$$

— Contrôle : $[AA']$ traverse les carreaux en diagonale, perpendiculairement à l'axe, et l'axe le coupe en son milieu.

Réponse. Voir la figure ; $C' = C$.



Correction de l'exercice 4 – Axe oblique : un triangle

On construit l'image de chaque sommet avec la méthode de l'exercice 3, puis on relie les images.

— Sommet du bas à gauche : 2 carreaux à droite jusqu'à l'axe, puis 2 vers le bas.

— Sommet du haut à gauche : 4 carreaux à droite, puis 4 vers le bas.

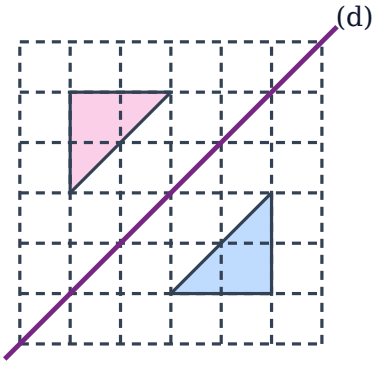
— Sommet du haut à droite : 2 carreaux à droite, puis 2 vers le bas.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

3 sommets → 3 images → le triangle image

— Le triangle image est « couché » : il a la même forme et les mêmes dimensions, mais il est retourné.

Réponse. Voir la figure.



Correction de l’exercice 5 – Compléter une figure

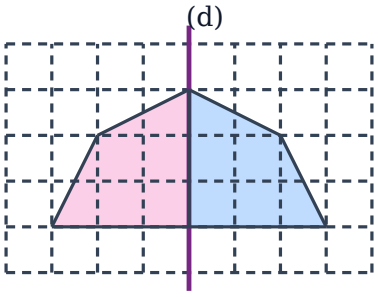
On construit les symétriques des sommets qui ne sont pas sur l’axe.

— Le sommet en bas à gauche est à 3 carreaux de l’axe : son image est à 3 carreaux à droite.
— Le sommet de gauche du haut est à 2 carreaux : image à 2 carreaux à droite.
— Les deux sommets situés sur l’axe restent en place.

3 carreaux → 3 carreaux

— La figure complète a la forme d’un toit symétrique, avec (d) pour axe.

Réponse. Voir la figure.



Correction de l’exercice 6 – La maison

On compte verticalement la distance de chaque sommet à l’axe.

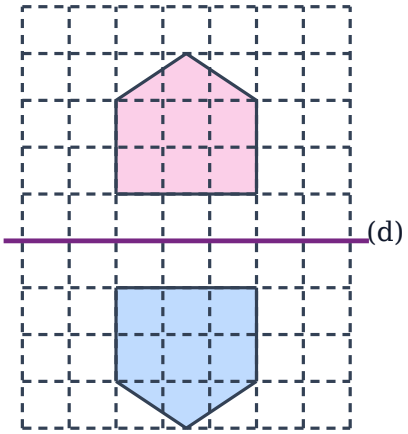
— Les deux sommets du bas sont à 1 carreau au-dessus : leurs images sont 1 carreau en dessous.
— Les deux sommets du toit sont à 3 carreaux : images à 3 carreaux en dessous.
— La pointe du toit est à 4 carreaux : image à 4 carreaux en dessous.

4 carreaux au-dessus → 4 carreaux en dessous

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— Le reflet est « la tête en bas » : c’est ainsi qu’un paysage se reflète dans l’eau.

Réponse. Voir la figure : la maison à l’envers sous l’axe.



Correction de l’exercice 7 – Distances à l’axe

Un point et son symétrique sont à la même distance de l’axe, de part et d’autre.

a) A' est aussi à 5 carreaux de l’axe. Entre A et A' :

$$5 + 5 = 10 \text{ carreaux}$$

— b) M est à 2 carreaux à **droite** de l’axe, sur la même ligne que M'.

— La symétrie « marche dans les deux sens » : M' est l’image de M, et M est l’image de M'.

Réponse. a) 5 carreaux ; 10 carreaux · b) 2 carreaux à droite de l’axe.

Correction de l’exercice 8 – L’erreur de Léa

Non. Léa a **fait glisser** le triangle de 5 carreaux vers la droite, sans le retourner.

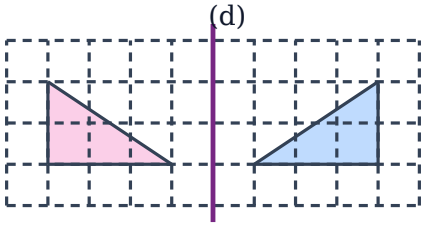
— Le sommet de l’angle droit est à 4 carreaux de l’axe : son image doit être à 4 carreaux à droite de l’axe, pas à 1.

$$4 \text{ carreaux à gauche} \to 4 \text{ carreaux à droite}$$

— Le vrai symétrique a son angle droit à droite : la figure est « retournée », comme dans un miroir.

— Test : en pliant le long de (d), le triangle bleu de Léa ne se superpose pas au rose.

Réponse. Non : elle a fait glisser le triangle au lieu de le retourner.



mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

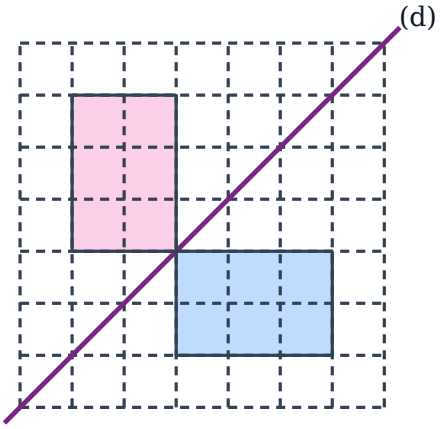
Correction de l’exercice 9 – Axe oblique : un rectangle

— Le sommet en bas à droite est sur l’axe : il est sa propre image.
— Les trois autres sommets : 2 carreaux à droite puis 2 vers le bas ; 5 puis 5 ; 3 puis 3.

$$2 \times 3 \text{ carreaux} \to 3 \times 2 \text{ carreaux}$$

— Le rectangle rose est « debout » (2 carreaux de large, 3 de haut) ; son image est « couchée » (3 de large, 2 de haut).
— Les deux rectangles ont un sommet commun, sur l’axe.

Réponse. Voir la figure ; le sommet sur l’axe reste en place.



Correction de l’exercice 10 – Retrouver l’axe

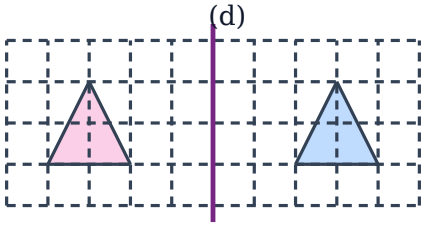
L’axe passe par le milieu du segment qui joint un point à son image, perpendiculairement à ce segment.

— Le sommet du haut du triangle rose et celui du triangle bleu sont sur la même ligne, séparés de 6 carreaux.
— Le milieu est à 3 carreaux de chacun.

$$6 \div 2 = 3 \text{ carreaux}$$

— L’axe est la droite verticale située à 3 carreaux à droite du sommet rose. On vérifie avec les autres sommets : même distance de part et d’autre.

Réponse. La verticale à mi-chemin entre les deux triangles.



Correction de l’exercice 11 – Des points qui ne bougent pas

Un point est sa propre image s’il est **sur l’axe**.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— E et F sont sur (d) : $E' = E$ et $F' = F$.
— G : 2 carreaux à droite jusqu'à l'axe, puis 2 vers le bas : on arrive en H. Donc $G' = H$.
— De même, $H' = G$.

$$G \to H \qquad H \to G$$

— G et H sont symétriques l'un de l'autre : l'axe est perpendiculaire à $[GH]$ en son milieu.

Réponse. E et F ; G et H sont symétriques l'un de l'autre.

Correction de l'exercice 12 – Vrai ou faux ?

a) **Vrai**.
b) **Faux** : la figure et son image ont exactement les mêmes dimensions.
c) **Vrai**.
d) **Faux** : il est **perpendiculaire** à l'axe, et l'axe le coupe en son milieu.

$$[AA'] \perp (d)$$

— La symétrie retourne la figure comme un miroir, sans la déformer.

Réponse. a) vrai · b) faux · c) vrai · d) faux.

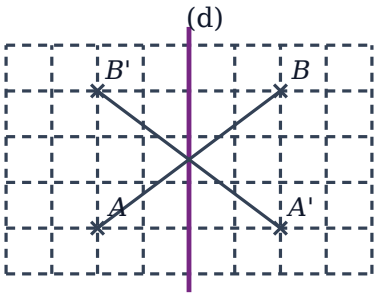
Correction de l'exercice 13 – Un segment qui traverse l'axe

— A est à 2 carreaux à gauche de l'axe : A' est à 2 carreaux à droite, sur la même ligne.
— B est à 2 carreaux à droite : B' est à 2 carreaux à gauche.
— On trace $[A'B']$.

$$AB = A'B'$$

— Les deux segments se coupent **sur l'axe** : le point où $[AB]$ traverse (d) est sur l'axe, donc il est sa propre image et appartient aussi à $[A'B']$.

Réponse. Ils se coupent sur l'axe (d).



Correction de l'exercice 14 – La lettre F

On construit l'image de chacun des 10 sommets en comptant les carreaux jusqu'à l'axe.

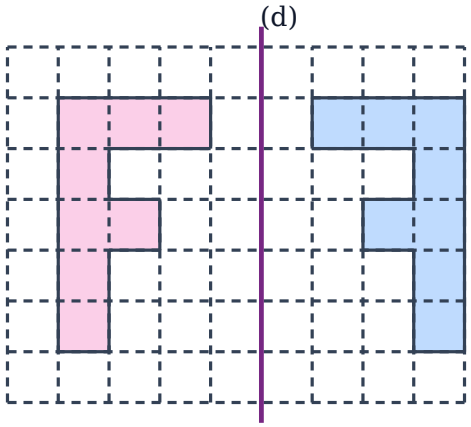
— Le bord gauche du F est à 4 carreaux de l'axe : son image est à 4 carreaux à droite.
— Le bout de la barre du haut est à 1 carreau : image à 1 carreau.

$$10 \text{ sommets} \to 10 \text{ images}$$

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— La lettre obtenue est un F **à l’envers**, comme vu dans un miroir : ses barres pointent vers la gauche. Le F n’a pas d’axe de symétrie vertical.

Réponse. Voir la figure : un F retourné (« en miroir »).



Correction de l’exercice 15 – Synthèse : le quadrilatère

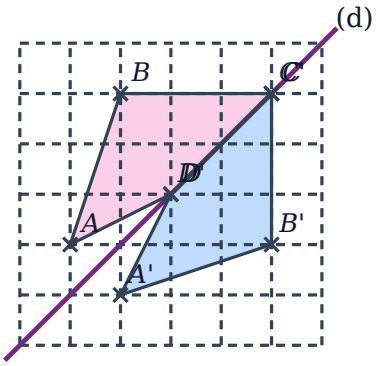
a) A : 1 carreau à droite jusqu’à l’axe, puis 1 vers le bas : A'. B : 3 à droite, puis 3 vers le bas : B'.

b) C et D sont sur l’axe : $C' = C$ et $D' = D$.

$$A \to A' \qquad B \to B' \qquad C \to C \qquad D \to D$$

c) Oui : la réunion d’une figure et de son symétrique est toujours symétrique par rapport à l’axe. Ici, la figure complète a (d) pour axe de symétrie.

Réponse. b) C et D · c) oui, l’axe (d).



mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).