

Plaquette 1 - Formules de Taylor, DL usuels et applications aux limites

Développements limités et formules de Taylor — Licence 1 (L1)

Exercices

Méthode

On applique **Taylor-Young** ou les **DL usuels**, on combine par somme, produit, quotient ou composition à l'**ordre juste nécessaire**, et on en déduit limites, tangentes, positions de courbes et équivalents.

Exercice 1 - DL de l'exponentielle

Écrire le DL à l'ordre 3 en 0 de e^{2x} , et en déduire une valeur approchée de $e^{0,2}$.

Exercice 2 - DL d'un produit

Déterminer le DL à l'ordre 3 en 0 de $f(x) = e^x \ln(1+x)$.

Exercice 3 - DL d'un quotient

Déterminer le DL à l'ordre 2 en 0 de $\frac{e^x}{1+x}$.

Exercice 4 - DL par composition

Déterminer le DL à l'ordre 4 en 0 de $e^{\sin x}$.

Exercice 5 - Limite par DL

Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1 + \frac{x^2}{2}}{x^4}$.

Exercice 6 - Forme indéterminée puissance

Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^x - 1}{x} \right)^{1/x}$.

Exercice 7 - Tangente et position

Soit $f(x) = \ln(1+x)$. Donner la tangente en 0 et la position locale de la courbe.

Exercice 8 - Équivalent

Déterminer un équivalent simple en 0 de $f(x) = \tan x - \sin x$.

Exercice 9 - Taylor-Lagrange et majoration

Majorer l'erreur commise en approchant $\sin(0,5)$ par $0,5 - \frac{0,5^3}{6}$.

Exercice 10 - DL en un point quelconque

Déterminer le DL à l'ordre 2 de $f(x) = \sqrt{x}$ au voisinage de 4.

Exercice 11 - Développement asymptotique

Déterminer un développement de $f(x) = \sqrt{x^2 + x}$ en $+\infty$, jusqu'au terme en $\frac{1}{x}$.

Exercice 12 - Extremum par DL

Soit $f(x) = e^x + e^{-x} - x^2$. Étudier la nature du point critique en 0.

Exercice 13 - Logarithme de 1,1

Écrire le développement limité de $\ln(1+x)$ à l'ordre 4 en 0, puis en déduire une valeur approchée de $\ln 1,1$. Comparer à la valeur exacte.

Exercice 14 - L'arctangente par intégration

À partir du développement de $\frac{1}{1+x^2}$, obtenir le développement limité de $\arctan x$ à l'ordre 5 en 0.

Exercice 15 - Synthèse : limite délicate

Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^{1/x} - e}{x}$.