

**Plaquette 1 - Logarithme, exponentielle,
fonctions circulaires réciproques et hyperboliques**
Fonctions usuelles et réciproques — Licence 1 (L1)
Exercices

Méthode

On manipule $\ln$, $\exp$ et les puissances, on résout des équations avec $\arcsin$, $\arccos$, $\arctan$ en surveillant les **domaines**, et on utilise les fonctions **hyperboliques** et leurs identités.

Exercice 1 - Équation avec logarithmes

Résoudre $\ln(x+2) + \ln(x-1) = \ln 4$.

Exercice 2 - Équation exponentielle

Résoudre $e^{2x} - 5e^x + 6 = 0$.

Exercice 3 - Arcsinus et arccosinus

Calculer $\arcsin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $\arccos\left(-\frac{1}{2}\right)$ et $\arcsin\left(\sin \frac{5\pi}{6}\right)$.

Exercice 4 - Relation entre arcsin et arccos

Démontrer que $\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}$ pour tout $x \in [-1; 1]$.

Exercice 5 - Arctangente

Calculer $\arctan 1 + \arctan 2 + \arctan 3$.

Exercice 6 - Dérivée d'une composée avec arctan

Dériver $f(x) = \arctan\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$ sur $] -1; +\infty[$ et identifier f .

Exercice 7 - Identité hyperbolique

Démontrer $\operatorname{ch}^2 x - \operatorname{sh}^2 x = 1$ et calculer $\operatorname{ch}(2x)$ en fonction de $\operatorname{ch} x$.

Exercice 8 - Réciproque hyperbolique

Montrer que sh est bijective de $\mathbb{R}$ sur $\mathbb{R}$ et exprimer sa réciproque.

Exercice 9 - Puissances et logarithmes

Résoudre $x^{\sqrt{x}} = (\sqrt{x})^x$ pour $x > 0$.

Exercice 10 – Étude de la tangente hyperbolique

Étudier th : parité, variations, limites, et tracer l'allure.

Exercice 11 – Inégalité logarithmique

Démontrer que pour tout $x > 0$: $\ln x \leq x - 1$, avec égalité seulement en $x = 1$.

Exercice 12 – Fonction puissance générale

Étudier $f(x) = x^x$ sur $]0; +\infty[$: limites, variations, minimum.

Exercice 13 – Le nombre de chiffres de 2 puissance 100

Combien de chiffres l'écriture décimale de 2^{100} comporte-t-elle ? On donne $\log_{10} 2 \approx 0,30103$.

Exercice 14 – Comparer deux grandes puissances

Comparer 2^{300} et 3^{200} sans calculatrice, de deux façons.

Exercice 15 – Synthèse : équation avec arctan

Résoudre $\arctan x + \arctan (2x) = \frac{\pi}{4}$.