

**Plaquette 1 – Sommes de Riemann, primitives,
intégration par parties et changement de variable**
Intégrale de Riemann — Licence 1 (L1)
Exercices

Méthode

On calcule une intégrale par **primitive**, **IPP** ou **changement de variable**, on encadre par les inégalités intégrales, et on reconnaît une **somme de Riemann** pour calculer une limite.

Exercice 1 – Primitives immédiates

Calculer :

a) $\int_1^2 \left(3x^2 - \frac{1}{x} \right) dx$

b) $\int_0^1 \frac{x}{x^2 + 1} dx$

Exercice 2 – Intégration par parties

Calculer $\int_0^1 x e^x dx$.

Exercice 3 – IPP avec logarithme

Calculer $\int_1^e x \ln x dx$.

Exercice 4 – Changement de variable affine

Calculer $\int_0^1 e^{3x+1} dx$.

Exercice 5 – Changement de variable trigonométrique

Calculer $\int_0^{1/2} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$.

Exercice 6 – Somme de Riemann

Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \sqrt{\frac{k}{n}}$.

Exercice 7 – Parité et symétrie

Calculer sans primitive $\int_{-2}^2 (x^3 + x) dx$ et $\int_{-1}^1 x^2 dx$.

Exercice 8 - Inégalités intégrales

Encadrer $I = \int_0^1 \frac{dx}{1+x^4}$, puis comparer à la valeur numérique.

Exercice 9 - Valeur moyenne

Calculer la valeur moyenne de $f(x) = x^2$ sur $[0; 3]$ et déterminer où elle est atteinte.

Exercice 10 - Fonction définie par une intégrale

Soit $F(x) = \int_1^x \frac{dt}{t}$ pour $x > 0$. Montrer que $F(xy) = F(x) + F(y)$.

Exercice 11 - Intégrale d'une fraction rationnelle

Calculer $\int_0^1 \frac{x}{x^2 + 3x + 2} dx$.

Exercice 12 - Récurrence intégrale

Soit $I_n = \int_0^1 x^n e^x dx$. Établir une relation entre I_n et I_{n-1} , puis calculer I_2 .

Exercice 13 - Intégrer une valeur absolue

Calculer $\int_{-1}^2 |x| dx$ et $\int_0^3 |x - 1| dx$.

Exercice 14 - Reconnaître une dérivée composée

Calculer $\int_0^1 x e^{x^2} dx$ et $\int_0^{\pi/2} \cos x \sin^3 x dx$.

Exercice 15 - Synthèse : calcul d'aire

Calculer l'aire du domaine délimité par les courbes $y = x^2$ et $y = 2 - x^2$.