

Plaquette 1 - Forme algébrique, module, argument et racines n -ièmes

Nombres complexes — Licence 1 (L1)

Exercices

Méthode

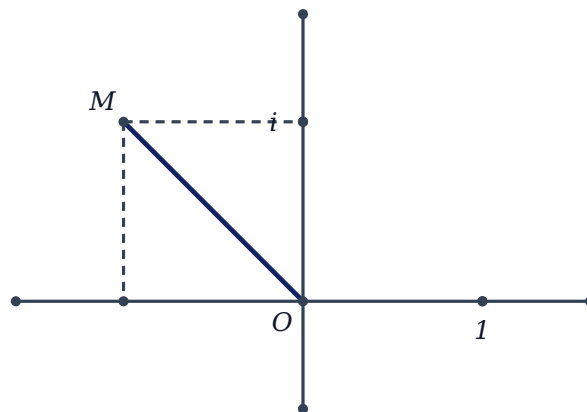
On passe de la forme algébrique à la forme exponentielle, on utilise **Moivre** et **Euler**, on résout équations et racines n -ièmes, et on interprète géométriquement modules et arguments.

Exercice 1 - Forme algébrique d'un quotient

Écrire $z = \frac{3-i}{2+i}$ sous forme algébrique.

Exercice 2 - Module et argument

Mettre $z = -1 + i$ sous forme exponentielle.



Le point M d'affixe $z = -1 + i$.

Exercice 3 - Puissance par Moivre

Calculer $(1 - i\sqrt{3})^6$.

Exercice 4 - Équation du second degré

Résoudre dans $\mathbb{C}$: $z^2 - 4z + 13 = 0$.

Exercice 5 - Racines carrées complexes

Déterminer les racines carrées de $z_0 = 3 + 4i$.

Exercice 6 - Racines n-ièmes de l'unité

Déterminer les racines quatrièmes de l'unité et calculer leur somme et leur produit.

Exercice 7 - Racines cubiques

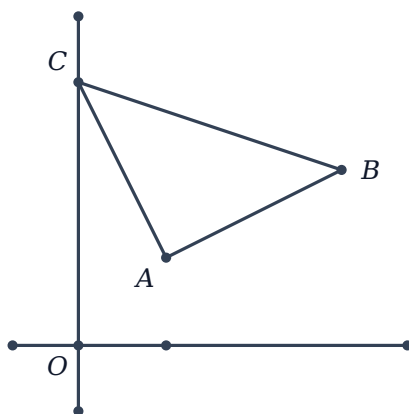
Résoudre $z^3 = 8i$.

Exercice 8 - Formule d'Euler et linéarisation

Linéariser $\sin^2 \theta$ à l'aide des formules d'Euler.

Exercice 9 - Interprétation géométrique

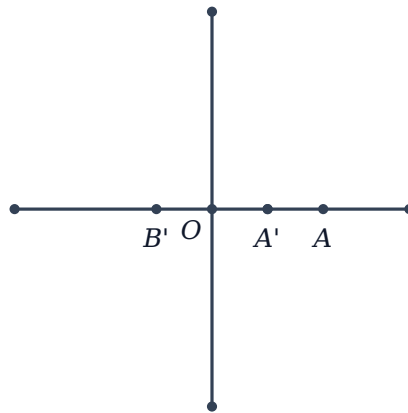
Soient A, B, C d'affixes $a = 1 + i$, $b = 3 + 2i$ et $c = 3i$. Calculer $\frac{c-a}{b-a}$ et en déduire la nature du triangle ABC .



Le triangle ABC.

Exercice 10 - Ensemble de points

Déterminer l'ensemble des points M d'affixe z tels que $|z - 2| = 3$, puis ceux tels que $\left| \frac{z-1}{z+1} \right| = 1$.



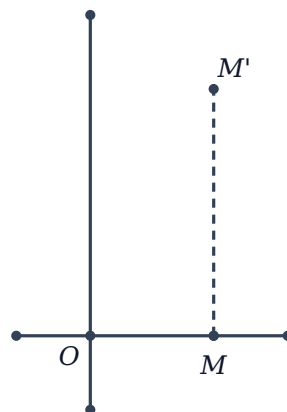
Les points $A(2)$, $A'(1)$ et $B'(-1)$.

Exercice 11 - Somme géométrique

Calculer $S = 1 + i + i^2 + \dots + i^{2026}$.

Exercice 12 - Transformation géométrique

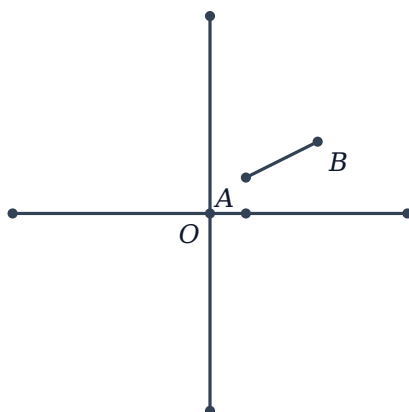
Décrire la transformation du plan associée à $f: z \mapsto 2iz + 1$. La figure montre le point M d'affixe 1 et son image M' .



Le point M d'affixe 1 et son image M' d'affixe $1 + 2i$.

Exercice 13 – Compléter un carré

Les points A et B ont pour affixes $a = 1 + i$ et $b = 3 + 2i$. Déterminer les affixes de C et D pour que $ABCD$ soit un carré de sens direct.



Le côté $[AB]$ du carré.

Exercice 14 – Une équation avec le conjugué

Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 = \bar{z}$.

Exercice 15 – Synthèse : factorisation d'un polynôme

Factoriser $P(z) = z^4 + 1$ dans $\mathbb{C}[X]$ puis dans $\mathbb{R}[X]$.