

Plaque 1 - Pourcentages et coefficients multiplicateurs

Automatismes — Première générale

Corrections détaillées

Boîte à outils

Prendre t % d'une quantité. On multiplie par $\frac{t}{100}$:

$$t \% \text{ de } V = \frac{t}{100} \times V$$

Coefficient multiplicateur (CM). Une évolution au taux t (en %) correspond au coefficient

$$CM = 1 + \frac{t}{100}$$

Une hausse donne un coefficient plus grand que 1, une baisse un coefficient compris entre 0 et 1.

Évolution	Coefficient
+25 %	1,25
+3,5 %	1,035
-25 %	0,75
-3,5 %	0,965

Du coefficient au taux. Si le coefficient est c , alors

$$t = (c - 1) \times 100$$

Taux d'évolution entre deux valeurs. De V_D (départ) à V_A (arrivée) :

$$t = \frac{V_A - V_D}{V_D} \times 100$$

Évolutions successives. Les coefficients se **multiplient**, les taux ne s'additionnent pas :

$$CM_{\text{global}} = CM_1 \times CM_2$$

Évolution réciproque. Pour revenir à la valeur de départ, on multiplie par $\frac{1}{CM}$, c'est-à-dire qu'on **divise** par le coefficient.

Indice base 100. Si la valeur de référence a pour indice 100, alors

$$I = \frac{V}{V_{\text{référence}}} \times 100$$

et l'indice se lit directement comme un taux : $I = 110$ signifie +10 % depuis la référence.

Attention. +20 % puis -20 % ne ramène pas au point de départ : $1,20 \times 0,80 = 0,96$, soit -4 %.

Correction de l'exercice 1 - Prendre un pourcentage

La formule du cours. Prendre t % d'une quantité, c'est multiplier par $\frac{t}{100}$:

$$t \% \text{ de } V = \frac{t}{100} \times V$$

a) $0,15 \times 240 = 36$. (Contrôle mental : 10 % de 240 font 24, 5 % en font la moitié, soit 12, et $24 + 12 = 36$.)

b) $0,07 \times 1\,500 = 105$.

c) $0,025 \times 80 = 2$. (Contrôle : 1 % de 80 vaut 0,8, donc 2,5 % valent $2,5 \times 0,8 = 2$.)

d) $1,30 \times 60 = 78$: prendre 130 % d'une quantité donne un résultat **plus grand** que la quantité, c'est normal.

Le réflexe à garder. 10 %, 50 %, 25 % et 1 % se calculent de tête ; tous les autres pourcentages s'en déduisent par somme ou par moitié.

Réponse. a) 36 — b) 105 — c) 2 — d) 78.

Correction de l'exercice 2 - Du taux au coefficient : les hausses

La formule du cours. Une évolution de t % correspond au coefficient

$$CM = 1 + \frac{t}{100}$$

— +4 % : $1 + 0,04 = 1,04$;

— +12,5 % : $1 + 0,125 = 1,125$;

— +0,6 % : $1 + 0,006 = 1,006$;

— +150 % : $1 + 1,50 = 2,50$.

Le contrôle qui évite l'erreur de virgule. Le coefficient d'une hausse est toujours **supérieur à 1**, et il est d'autant plus proche de 1 que le taux est petit. Un coefficient 1,125 pour +12,5 % et 1,006 pour +0,6 % : le taux se lit dans les décimales.

Attention. +150 % ne donne pas 1,50 mais 2,50 : la quantité est multipliée par 2,5, elle n'est pas réduite de moitié.

Réponse. 1,04 — 1,125 — 1,006 — 2,50.

Correction de l'exercice 3 - Du taux au coefficient : les baisses

La même formule, avec un taux négatif.

$$CM = 1 + \frac{t}{100}$$

a) $1 - 0,09 = 0,91$.

b) $1 - 0,025 = 0,975$.

c) $1 - 0,40 = 0,60$: baisser de 40 %, c'est garder 60 % de la valeur.

d) $1 - 1 = 0$: une baisse de 100 % annule la quantité.

La lecture utile. Le coefficient d'une baisse dit **ce qu'il reste** : 0,91 signifie « il reste 91 % », 0,975 « il reste 97,5 % ». Un coefficient de baisse est toujours compris entre 0 et 1 ; s'il est négatif, c'est que le taux annoncé dépasse -100 %, ce qui n'a pas de sens pour une quantité.

Réponse. a) 0,91 — b) 0,975 — c) 0,60 — d) 0.

Correction de l'exercice 4 - Du coefficient au taux

La formule du cours, lue dans l'autre sens :

$$t = (c - 1) \times 100$$

- a) $(1,18 - 1) \times 100 = 18$: hausse de 18 %.
- b) $(0,87 - 1) \times 100 = -13$: baisse de 13 %.
- c) $(1,005 - 1) \times 100 = 0,5$: hausse de 0,5 %.
- d) $(0,4 - 1) \times 100 = -60$: baisse de 60 %.

Le piège du d). Un coefficient 0,4 ne correspond pas à une baisse de 40 % : il indique qu'il **reste** 40 %, donc qu'on a **perdu** 60 %. C'est l'erreur la plus fréquente sur cette question ; la formule $(c - 1) \times 100$ la rend impossible.

Réponse. a) +18 % — b) -13 % — c) +0,5 % — d) -60 %.

Correction de l'exercice 5 - Calculer un taux d'évolution

La formule du cours. De la valeur de départ V_D à la valeur d'arrivée V_A :

$$t = \frac{V_A - V_D}{V_D} \times 100$$

- a) $\frac{300 - 250}{250} = \frac{50}{250} = 0,2$, soit +20 %.
- b) $\frac{62 - 80}{80} = \frac{-18}{80} = -0,225$, soit -22,5 %.
- c) $\frac{1\,260 - 1\,200}{1\,200} = \frac{60}{1\,200} = 0,05$, soit +5 %.
- d) $\frac{45,9 - 45}{45} = \frac{0,9}{45} = 0,02$, soit +2 %.

Ce qu'il ne faut pas oublier. Le dénominateur est **toujours** la valeur de départ : diviser par la valeur d'arrivée donne un autre nombre, qui ne veut rien dire. Autre méthode, aussi rapide : calculer $\frac{V_A}{V_D}$, qui donne directement le coefficient — ici $\frac{300}{250} = 1,2$, donc +20 %.

Réponse. a) +20 % — b) -22,5 % — c) +5 % — d) +2 %.

Correction de l'exercice 6 - Un pourcentage d'un pourcentage

- a) On prend 52 % de l'effectif :

$$0,52 \times 1\,250 = 650$$

Il y a 650 filles.

- b) Le pourcentage de 30 % porte sur les **filles**, pas sur le lycée entier :

$$0,30 \times 650 = 195$$

- c) On compare 195 à l'effectif total :

$$\frac{195}{1\,250} = 0,156$$

soit 15,6 % des élèves du lycée.

Le résultat à retenir. Un pourcentage d'un pourcentage se calcule en multipliant les proportions : $0,52 \times 0,30 = 0,156$, ce qui redonne les 15,6 % sans passer par les effectifs. En revanche, on ne les additionne jamais : 52 % et 30 % ne font pas 82 %, ni 30 % du lycée.

Réponse. a) 650 filles — b) 195 élèves — c) 15,6 % de l'effectif total.

Correction de l'exercice 7 - Deux évolutions successives

- a) Les coefficients se **multiplient** :

$$CM_{\text{global}} = CM_1 \times CM_2 = 1,15 \times 0,90 = 1,035$$

b) On revient au taux :

$$t = (1,035 - 1) \times 100 = 3,5$$

Le prix a donc augmenté de 3,5 % au total.

c) $80 \times 1,035 = 82,80$, soit 82,80 €.

Contrôle par les étapes. Après la hausse : $80 \times 1,15 = 92$ €. Après la baisse : $92 \times 0,90 = 82,80$ €. Même résultat, ce qui confirme le coefficient global.

Le piège. +15 % puis -10 % ne donne pas +5 % : la baisse de 10 % s'applique à 92 € et non à 80 €, donc elle « pèse » plus lourd que si elle portait sur le prix initial.

Réponse. a) 1,035 — b) +3,5 % — c) 82,80 €.

Correction de l'exercice 8 - Retrouver la valeur de départ

a) La hausse de 25 % correspond au coefficient 1,25, et l'énoncé donne la valeur **d'arrivée**. On divise donc :

$$V_D = \frac{V_A}{CM} = \frac{750}{1,25} = 600$$

Le loyer était de 600 €. (Contrôle : $600 \times 1,25 = 750$ ✓.)

b) L'évolution réciproque a pour coefficient l'inverse du premier :

$$\frac{1}{1,25} = 0,8$$

donc $t = (0,8 - 1) \times 100 = -20$: il faudrait une baisse de 20 %.

Ce qu'il faut comprendre. Une hausse de 25 % ne s'annule pas par une baisse de 25 % : $1,25 \times 0,75 = 0,9375$, soit -6,25 %. Les taux réciproques ne sont pas opposés, ce sont les **coefficients** qui sont inverses.

Réponse. a) 600 € — b) une baisse de 20 %.

Correction de l'exercice 9 - L'erreur à corriger

a) On applique les deux évolutions l'une après l'autre.

— Après la hausse : $250 \times 1,20 = 300$ €.

— Après la baisse : $300 \times 0,80 = 240$ €.

On obtient 240 € et non 250 € : l'affirmation est **fausse**.

b) L'erreur consiste à additionner des taux qui ne portent pas sur la même valeur : la hausse de 20 % porte sur 250 € (+50 €), la baisse de 20 % porte sur 300 € (-60 €). Le calcul correct passe par les coefficients :

$$1,20 \times 0,80 = 0,96$$

donc $t = (0,96 - 1) \times 100 = -4$: le prix a **baissé de 4 %**.

À retenir. Le résultat ne dépend pas de l'ordre ($0,80 \times 1,20 = 0,96$ aussi), et il est toujours à la baisse : $(1 + x)(1 - x) = 1 - x^2 < 1$.

Réponse. a) On passe de 250 € à 240 € — b) baisse globale de 4 %.

Correction de l'exercice 10 - Répartition en pourcentages

a) Chaque proportion se calcule en divisant l'effectif par le total, puis en multipliant par 100 :

$$p = \frac{\text{effectif}}{\text{total}} \times 100$$

- Générale : $\frac{275}{500} = 0,55$, soit 55 % ;
- Technologique : $\frac{150}{500} = 0,30$, soit 30 % ;
- Professionnelle : $\frac{75}{500} = 0,15$, soit 15 %.

b) Les trois filières forment tout le lycée, donc les pourcentages doivent totaliser 100 % : $55 + 30 + 15 = 100 \checkmark$. C'est le contrôle à faire systématiquement sur une répartition.

c) L'augmentation porte sur les 150 élèves de la filière technologique :

$$150 \times 1,08 = 162$$

soit 162 élèves, donc 12 de plus.

À ne pas confondre. Ici les pourcentages du a) sont des **proportions** (ils s'additionnent) ; celui du c) est un **taux d'évolution** (il se traduit par un coefficient).

Réponse. a) 55 %, 30 %, 15 % — b) la somme vaut 100 % — c) 162 élèves.

Correction de l'exercice 11 - Deux offres commerciales

Magasin A. Le coefficient est 0,70, donc le prix payé vaut

$$240 \times 0,70 = 168$$

soit 168 €.

Magasin B. Les deux remises se succèdent, donc les coefficients se multiplient :

$$0,80 \times 0,85 = 0,68$$

Le taux global est $(0,68 - 1) \times 100 = -32$, c'est-à-dire une remise de 32 %, et le prix payé vaut $240 \times 0,68 = 163,20$ €.

Conclusion. Le magasin B est plus avantageux : 163,20 € contre 168 €, soit 4,80 € d'économie.

Le piège commercial. « -20 % puis -15 % » n'est pas « -35 % » : la seconde remise s'applique à un prix déjà réduit, donc la remise globale est toujours **inférieure** à la somme des deux taux. Ici 32 % et non 35 %.

Réponse. Magasin B : remise globale de 32 %, soit 163,20 € contre 168 € au magasin A.

Correction de l'exercice 12 - Lire un indice base 100

a) La formule du cours donne l'indice d'une valeur V par rapport à la référence :

$$I = \frac{V}{V_{\text{référence}}} \times 100$$

$$\text{Ici } I = \frac{5,28}{4,8} \times 100 = 110.$$

b) Un indice de 110 pour une référence à 100 se lit directement : le chiffre d'affaires a augmenté de 10 %. On peut le vérifier par le taux d'évolution :

$$\frac{5,28 - 4,8}{4,8} \times 100 = 10$$

c) On remonte de l'indice à la valeur :

$$V = \frac{I}{100} \times V_{\text{référence}} = 1,035 \times 4,8 = 4,968$$

soit 4,968 million d'euros, c'est-à-dire 4 968 000 €.

L'intérêt de l'indice. Il transforme une lecture de valeurs en lecture de pourcentages : $I = 103,5$ signifie +3,5 % depuis la référence, sans aucun calcul.

Réponse. a) $I = 110$ — b) +10 % — c) 4,968 millions d'euros.

Correction de l'exercice 13 - Sondage et sous-population

a) On prend 45 % de l'échantillon :

$$0,45 \times 1\,200 = 540$$

540 personnes sont favorables.

b) La fraction des deux tiers porte sur les personnes favorables :

$$\frac{2}{3} \times 540 = 360$$

c) On compare à l'effectif total :

$$\frac{360}{1\,200} = 0,3$$

soit 30 % de l'échantillon.

Le calcul direct. On pouvait enchaîner les proportions sans passer par les effectifs : $0,45 \times \frac{2}{3} = 0,30$. Une proportion de proportion se **multiplie**, et le résultat est nécessairement plus petit que chacune des deux.

Vocabulaire à soigner. « 30 % de l'échantillon » et « 66,7 % des personnes favorables » décrivent le même groupe de 360 personnes : un pourcentage n'a de sens qu'avec la population de référence.

Réponse. a) 540 personnes — b) 360 personnes — c) 30 % de l'échantillon.

Correction de l'exercice 14 - Prix hors taxes et prix TTC

Le principe. La TVA est une hausse appliquée au prix hors taxes : passer de HT à TTC, c'est multiplier par le coefficient

$$CM = 1 + \frac{t}{100}$$

a) Avec $t = 20$, le coefficient vaut 1,20 :

$$145 \times 1,20 = 174$$

soit 174 € TTC.

b) Ici on connaît le prix d'arrivée, donc on **divise** par le coefficient :

$$\frac{96}{1,20} = 80$$

Le prix hors taxes est de 80 €. (Contrôle : $80 \times 1,20 = 96$ ✓.)

c) Le coefficient est 1,055 :

$$40 \times 1,055 = 42,20$$

soit 42,20 € TTC.

L'erreur classique du b). Retirer 20 % du prix TTC donne $96 \times 0,80 = 76,80$ €, ce qui est faux : les 20 % de TVA se calculent sur le prix HT, pas sur le prix TTC. Retirer une hausse, c'est diviser.

Réponse. a) 174 € — b) 80 € — c) 42,20 €.

Correction de l'exercice 15 - Synthèse : trois saisons d'un club

a) On applique la formule du cours à chaque période :

$$t = \frac{V_A - V_D}{V_D} \times 100$$

— 2024 → 2025 : $\frac{264 - 240}{240} = 0,10$, soit +10 % ;

— 2025 → 2026 : $\frac{297 - 264}{264} = 0,125$, soit +12,5 %.

b) **Première méthode**, par les valeurs extrêmes : $\frac{297 - 240}{240} = 0,2375$, soit +23,75 %.

Seconde méthode, par le produit des coefficients :

$$1,10 \times 1,125 = 1,2375$$

ce qui donne le même taux +23,75 %. Les deux méthodes concordent.

c) Non : $10 + 12,5 = 22,5$, alors que le taux global vaut 23,75 %. La deuxième hausse s'applique à 264 licenciés et non à 240 : elle apporte 33 licenciés au lieu de 30, d'où l'écart de 1,25 point. Les taux ne s'additionnent pas, seuls les coefficients se multiplient.

d) Une nouvelle hausse de 12,5 % donnerait $297 \times 1,125 = 334,125$, soit environ 334 licenciés (un effectif est un entier, on arrondit le résultat).

Conclusion en français. Le club a gagné près d'un quart de ses licenciés en deux ans, avec une progression qui s'accélère : +24 licenciés la première année, +33 la seconde.

Réponse. a) +10 % puis +12,5 % — b) +23,75 % (soit $1,10 \times 1,125 = 1,2375$) — c) non, $22,5 \neq 23,75$ — d) environ 334 licenciés.