

Plaquette 2 – Calcul littéral : développer, factoriser, réduire

Automatismes — Première générale

Exercices

Méthode

Tout le programme de l'année repose sur trois gestes : **réduire** une expression, la **développer**, la **factoriser**. Une expression n'a pas une seule écriture : on choisit celle qui répond à la question posée — la forme développée pour calculer une image, la forme factorisée pour résoudre une équation. Cette plaquette entraîne les deux sens du calcul, y compris sur les identités remarquables, et se termine par des démonstrations courtes.

Exercice 1 – Réduire une expression

Réduire chaque expression.

- a) $A = 3x + 5 - 7x + 2$
- b) $B = 4x^2 - x + 2x^2 + 6x$
- c) $C = 5(x - 2) - 3x$
- d) $D = 2x - (4x - 7)$

Exercice 2 – Développer par distributivité

Développer et réduire.

- a) $A = 3(2x - 5)$
- b) $B = -4(x + 3)$
- c) $C = x(2x - 7)$
- d) $D = -2x(3x - 4) + 5x$

Exercice 3 – Produit de deux binômes

Développer et réduire $E = (2x - 3)(x + 5)$, puis $F = (x + 4)(3x - 1)$.

Exercice 4 – Développer avec une identité remarquable

Développer en utilisant une identité remarquable.

- a) $(x + 6)^2$
- b) $(3x - 2)^2$
- c) $(x - 5)(x + 5)$
- d) $(2x + 7)(2x - 7)$

Exercice 5 – Reconnaître une identité pour factoriser

Factoriser chaque expression.

- a) $x^2 + 10x + 25$

- b) $x^2 - 14x + 49$
- c) $x^2 - 81$
- d) $9x^2 - 4$

Exercice 6 - Factoriser par un facteur commun

Factoriser.

- a) $6x^2 + 9x$
- b) $5x^3 - 20x$
- c) $4x^2 + 12x + 8$
- d) $-3x^2 + 6x$

Exercice 7 - Un facteur commun qui est une parenthèse

Factoriser $G = (x + 1)(x - 2) + (x + 1)(3x)$, puis $H = (2x - 5)^2 - (2x - 5)(x + 1)$.

Exercice 8 - L'erreur à corriger

Un élève écrit $(x + 3)^2 = x^2 + 9$.

- a) Montrer que cette égalité est fausse en choisissant une valeur de x .
- b) Écrire le développement correct et nommer le terme oublié.
- c) Existe-t-il une valeur de x pour laquelle l'égalité de l'élève est vraie ?

Exercice 9 - Deux expressions sont-elles égales ?

On pose $P(x) = (x - 4)(x + 2)$ et $Q(x) = x^2 - 2x - 8$.

- a) Calculer $P(3)$ et $Q(3)$.
- b) Ces deux calculs prouvent-ils que P et Q sont égales ? Justifier.
- c) Démontrer l'égalité.

Exercice 10 - Calcul mental par identité

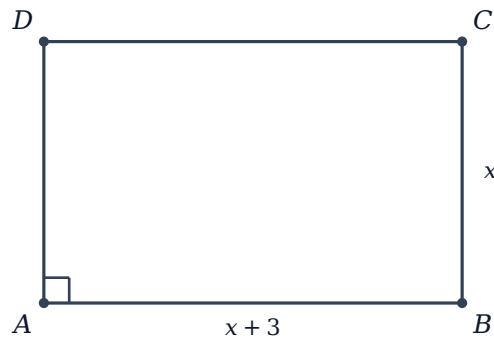
Calculer de tête, en utilisant une identité remarquable.

- a) 101^2
- b) 99^2
- c) 102×98
- d) 47×53

Exercice 11 - Périmètre et aire littéraux

Un rectangle a pour largeur x centimètres et pour longueur $x + 3$ centimètres.

- Exprimer son périmètre $P(x)$ sous forme réduite.
- Exprimer son aire $A(x)$ sous forme développée.
- Calculer le périmètre et l'aire pour $x = 5$.
- De combien l'aire augmente-t-elle quand on passe de $x = 5$ à $x = 6$?



Le rectangle de largeur x et de longueur $x + 3$.

Exercice 12 - Mettre une situation en expression

Un libraire vend des romans à 12 € et des bandes dessinées à 15 €. Un client achète x romans et y bandes dessinées.

- Exprimer la dépense totale D en fonction de x et y .
- Le client bénéficie d'une remise de 10 % sur la totalité. Exprimer la dépense D' après remise, sous forme factorisée puis développée.
- Calculer D' pour $x = 3$ et $y = 2$.

Exercice 13 - Une démonstration courte

Soit n un entier.

- Développer $(n + 1)^2 - n^2$.
- En déduire que la différence des carrés de deux entiers consécutifs est toujours un nombre impair.
- Vérifier sur $n = 12$.

Exercice 14 - Enchaîner développement et réduction

Développer et réduire $K = (2x - 3)(x + 5) - (x - 1)^2$.

Exercice 15 - Synthèse : deux programmes de calcul

Voici deux programmes de calcul.

- **Programme 1** : choisir un nombre, lui ajouter 4, élever au carré, puis soustraire 16.

- **Programme 2** : choisir un nombre, l'ajouter à 8, multiplier le résultat par le nombre choisi.
- a) Appliquer les deux programmes au nombre 3, puis au nombre -1 .
- b) Exprimer le résultat de chaque programme en fonction du nombre choisi x .
- c) Démontrer que les deux programmes donnent toujours le même résultat.
- d) Pour quels nombres le résultat est-il nul ?