

Plaquette 5 – Synthèse : automatismes mixtes

Automatismes — Première générale

Exercices

Méthode

Dans un devoir, aucun exercice n'annonce la méthode à employer : il faut la reconnaître. Cette plaquette mélange donc les quatre thèmes des plaquettes précédentes — pourcentages, calcul littéral, équations et inéquations, lecture graphique — et y ajoute les automatismes de calcul qui doivent rester disponibles toute l'année : fractions, puissances, racines, proportionnalité, moyennes, unités. Chaque exercice commence par la même question implicite : **de quel outil s'agit-il ?**

Exercice 1 – Calculs à mener de tête

Donner le résultat sous la forme la plus simple.

- a) $\frac{2}{3} + \frac{1}{4}$
- b) $\frac{2}{5} \times \frac{10}{3}$
- c) $2^3 \times 2^4$
- d) $\sqrt{50}$

Exercice 2 – Puissances de dix et ordre de grandeur

- a) Calculer $(3 \times 10^5) \times (4 \times 10^{-2})$ et donner le résultat en écriture scientifique.
- b) Calculer $\frac{6 \times 10^8}{2 \times 10^3}$.
- c) Donner l'écriture scientifique de 0,00042.
- d) Donner un ordre de grandeur du produit $0,00042 \times 2\,900\,000$.

Exercice 3 – Proportionnalité : adapter une recette

Une recette pour 6 personnes demande 450 g de farine et 9 cL de lait.

- a) Quelles quantités faut-il pour 15 personnes ?
- b) Avec 600 g de farine, pour combien de personnes peut-on préparer la recette ?
- c) La farine est vendue en paquet de 1 kg à 1,60 € ou en sac de 5 kg à 7,25 €. Quel conditionnement est le plus avantageux ?

Exercice 4 – Une moyenne avec des coefficients

Un élève a obtenu 12 à un devoir de coefficient 2, 15 à un devoir de coefficient 1 et 8 à un devoir de coefficient 3.

- a) Calculer sa moyenne.
- b) Cette moyenne est-elle égale à la moyenne simple des trois notes ? Expliquer l'écart.

c) Quelle note lui faudrait-il à un quatrième devoir de coefficient 2 pour atteindre la moyenne de 11 ?

Exercice 5 - Le piège de la vitesse moyenne

Un automobiliste parcourt 60 km à la vitesse moyenne de 30 km/h, puis 60 km à 60 km/h.

- Calculer la durée de chaque portion, puis la durée totale.
- En déduire sa vitesse moyenne sur l'ensemble du trajet.
- Pourquoi la réponse n'est-elle pas 45 km/h ?

Exercice 6 - Hausse puis baisse du même taux

Un prix p subit une hausse de 8 %, puis une baisse de 8 %.

- Exprimer le prix final en fonction de p .
- Le prix final est-il égal à p ? Donner le taux d'évolution global, arrondi au centième de pourcent.
- Démontrer, en calcul littéral, qu'une hausse de t % suivie d'une baisse de t % aboutit toujours à une baisse.

Exercice 7 - Un partage à mettre en équation

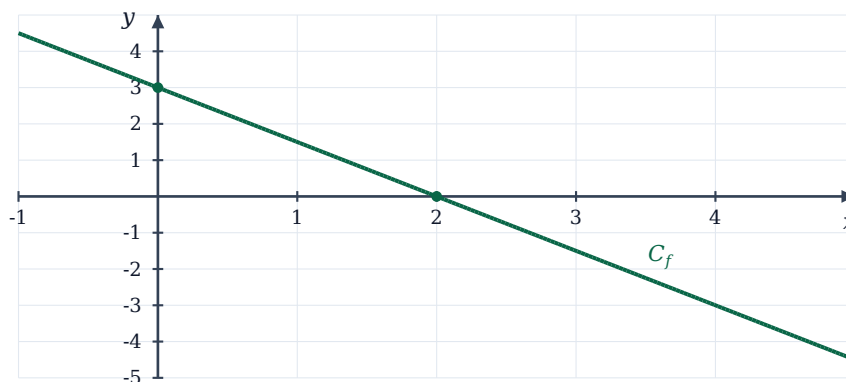
Trois associés partagent une prime de 156 €. Le deuxième reçoit 12 € de plus que le premier, et le troisième reçoit le double du premier.

Déterminer la part de chacun.

Exercice 8 - Lecture graphique express

La droite ci-dessous représente la fonction affine f sur $[-1 ; 5]$.

- Lire $f(0)$ et $f(2)$.
- Déterminer le coefficient directeur, puis l'expression de $f(x)$.
- Résoudre $f(x) = 0$, puis $f(x) > 0$.



Une droite à identifier.

Exercice 9 - Développer ou factoriser, au choix

Pour chaque expression, choisir l'outil adapté et donner l'autre forme.

- a) $(x - 5)(x + 5)$
- b) $(3x + 1)^2$
- c) $2x^2 - 8$
- d) $x^2 + 6x + 9$

Exercice 10 - Vrai ou faux, avec justification

Dire si chaque affirmation est vraie ou fausse, en justifiant.

- a) « Augmenter une quantité de 50 % puis la diviser par 2 la ramène à sa valeur initiale. »
- b) « Si $x^2 = 16$, alors $x = 4$. »
- c) « Deux remises successives de 10 % équivalent à une remise de 19 %. »
- d) « Le double d'un nombre est toujours plus grand que ce nombre. »

Exercice 11 - Mélange de deux solutions

On mélange 3 L d'une solution à 12 % de sucre et 2 L d'une solution à 7 %.

- a) Calculer la masse de sucre apportée par chaque solution, en pourcentage du volume.
- b) Quelle est la concentration du mélange ?
- c) Cette concentration est-elle la moyenne de 12 % et 7 % ? Expliquer.

Exercice 12 - Échelle d'une carte

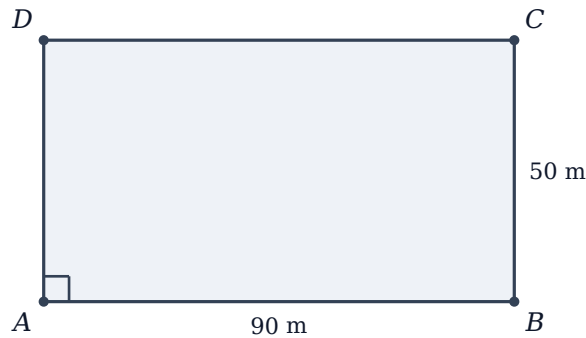
Une carte est à l'échelle $\frac{1}{25\,000}$.

- a) Deux villages sont distants de 4,6 cm sur la carte. Quelle est la distance réelle, en kilomètres ?
- b) Un sentier mesure 3 km. Quelle est sa longueur sur la carte ?
- c) Sur une autre carte, ce même sentier mesure 6 cm. Quelle est l'échelle de cette carte ?

Exercice 13 - Un terrain à clôturer

Un terrain rectangulaire de 90 m de long et 50 m de large doit être entièrement clôturé.

- Exprimer son aire en mètres carrés, puis en hectares.
- Calculer la longueur de grillage nécessaire.
- Le grillage coûte 12,50 € le mètre. Calculer le coût, puis le nouveau coût après une remise de 12 %.



Le terrain à clôturer.

Exercice 14 - Quatre questions à choix unique

Pour chaque question, une seule réponse est exacte. La donner et la justifier par un calcul.

- Une population passe de 2 500 à 2 750 habitants : le taux d'évolution est +10 %, +25 % ou +250 % ?
- $(2 \times 10^3)^2$ vaut 4×10^6 , 2×10^6 ou 4×10^5 ?
- L'inéquation $-2x + 1 \geq 7$ a pour solutions $x \geq -3$, $x \leq -3$ ou $x \leq 3$?
- Si $f(x) = (x - 1)(x + 4)$, alors les solutions de $f(x) = 0$ sont 1 et 4, -1 et 4, ou 1 et -4 ?

Exercice 15 - Synthèse : une commande en ligne

Un client commande 3 articles à 24,50 € hors taxes et 1 article à 39 € hors taxes. Le site applique une remise de 15 % sur le total hors taxes, puis la TVA au taux de 20 %, et ajoute enfin 6,90 € de frais de port (non soumis à la TVA).

- Calculer le total hors taxes avant remise.
- Calculer le total hors taxes après remise, puis le montant TTC des articles.
- Calculer le montant total à payer.
- Le paiement en trois fois sans frais est proposé. Quel est le montant de chaque mensualité ?
- Quelle part du total à payer les frais de port représentent-ils, à 0,1 % près ?