

Plaquette 4 – Évolutions à taux constant

Fonction exponentielle — Première générale

Exercices

Méthode

C'est ici que l'exponentielle sert vraiment : dès qu'une grandeur évolue du **même pourcentage** à chaque période, elle s'écrit $V_0 \times q^x$. Trois questions reviennent sans cesse, et chacune a sa technique. Le **taux global** sur n périodes se lit sur q^n ; le **taux moyen** par période, lui, se lit sur $q^{1/n}$ — et c'est le grand intérêt d'avoir prolongé les puissances aux exposants non entiers. Enfin le **temps de doublement** (ou de demi-vie) se cherche par tableau de valeurs, faute de logarithme. Deux réflexes à installer : on **multiplie** des coefficients, on n'additionne jamais des pourcentages ; et le taux moyen n'est **pas** la moyenne des taux.

Exercice 1 – Du taux au coefficient, et réciproquement

Recopier et compléter le tableau suivant.

Évolution	+5 %	−12 %	?	?
Coefficient multiplicateur	?	?	1,035	0,96

Exercice 2 – Taux global d'une hausse répétée

Le prix d'un abonnement augmente de 3 % par an pendant 5 ans.

- Donner le coefficient multiplicateur annuel, puis le coefficient global sur 5 ans (arrondi au millionième).
- En déduire le taux d'évolution global sur 5 ans, arrondi à 0,01 %.
- Un abonné affirme que la hausse totale est de 15 %. Que lui répondre ?

Exercice 3 – Taux global d'une baisse répétée

Une machine perd 8 % de sa valeur chaque année pendant 4 ans.

- Calculer le coefficient global sur les 4 années.
- En déduire le taux d'évolution global, arrondi à 0,01 %.
- Sachant que la machine valait 18 000 € à l'achat, calculer sa valeur au bout de 4 ans, arrondie à l'euro.

Exercice 4 – Calculer un taux moyen annuel

La population d'une ville est passée de 20 000 à 25 000 habitants en 6 ans.

- Calculer le coefficient multiplicateur global sur ces 6 années.
- Déterminer le taux d'évolution annuel moyen, arrondi à 0,01 %.
- Vérifier la cohérence du résultat en calculant $20\,000 \times 1,037\,891^6$.

Exercice 5 – Le taux moyen n'est pas la moyenne des taux

Un chiffre d'affaires augmente de 20 % la première année, puis diminue de 10 % la deuxième.

- Calculer le coefficient global sur les deux années, puis le taux global.
- Calculer le taux annuel moyen, arrondi à 0,01 %.
- Comparer avec la moyenne arithmétique des deux taux, $\frac{20 + (-10)}{2}$. Conclure.

Exercice 6 – Temps de doublement d'un capital

Un capital est placé à 5 % par an.

- Écrire l'inéquation à résoudre pour savoir au bout de combien d'années le capital a doublé.
- Compléter le tableau ci-dessous (valeurs arrondies au dix-millième) et conclure.

x	13	14	15
$1,05^x$	?	?	?

- Le résultat dépend-il du montant initial placé ? Justifier.

Exercice 7 – Demi-vie d'un principe actif

La concentration d'un principe actif dans le sang diminue de 12 % par heure.

- Donner le coefficient multiplicateur horaire.
- Déterminer, à l'aide du tableau ci-dessous, au bout de combien d'heures entières la concentration est réduite de moitié.

x	4	5	6
$0,88^x$	0,5997	0,5277	0,4644

- Au bout de deux fois cette durée, la concentration est-elle nulle ? Quelle fraction de la concentration initiale reste-t-il ?

Exercice 8 – Revenir au prix de départ

Après une promotion, le prix d'un article a baissé de 30 %.

- De quel pourcentage, arrondi à 0,01 %, faut-il l'augmenter pour revenir au prix initial ?
- Vérifier le résultat sur un prix initial de 80 €.
- Pourquoi l'augmentation nécessaire est-elle supérieure à 30 % ?

Exercice 9 – Comparer deux placements

Deux banques proposent, pour un même capital et une durée de 10 ans :

- placement A : 4 % par an, intérêts composés ;
 - placement B : une prime unique de +48 % versée au bout des 10 ans.
- Calculer le coefficient global du placement A, arrondi au millionième.

- b) Lequel des deux placements est le plus avantageux ?
- c) Pour un capital de 6 000 €, calculer l'écart entre les deux valeurs finales, arrondi au centime.

Exercice 10 – D'un taux mensuel à un taux annuel

Le nombre d'abonnés d'un service augmente de 0,5 % par mois.

- a) Calculer le coefficient multiplicateur annuel, arrondi au millionième.
- b) En déduire le taux d'évolution annuel, arrondi à 0,01 %.
- c) Pourquoi le taux annuel n'est-il pas égal à $12 \times 0,5 = 6$ % ?

Exercice 11 – D'un taux annuel à un taux mensuel

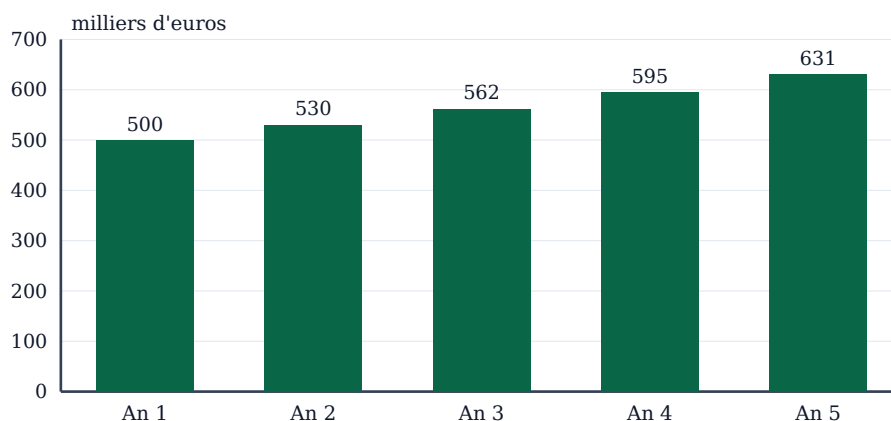
Le loyer d'un local augmente de 12 % par an. Le propriétaire souhaite étaler cette hausse **mensuellement**, avec un taux mensuel constant.

- a) Écrire l'équation vérifiée par le coefficient mensuel q .
- b) Calculer q , puis le taux mensuel correspondant, arrondi à 0,001 %.
- c) Le taux mensuel obtenu est-il égal à $\frac{12}{12} = 1$ % ? Commenter.

Exercice 12 – Lire une croissance sur un diagramme

Le diagramme ci-dessous donne le chiffre d'affaires d'une entreprise, en milliers d'euros, pour cinq années consécutives.

- a) Calculer le quotient de chaque valeur par la précédente, arrondi au centième. Que constate-t-on ?
- b) En déduire le taux d'évolution annuel, puis l'expression du chiffre d'affaires $C(x)$ en fonction du nombre x d'années écoulées depuis l'année 1.
- c) Estimer le chiffre d'affaires de l'année 8 avec ce modèle, arrondi au millier d'euros.



Chiffre d'affaires annuel, en milliers d'euros.

Exercice 13 – Une forêt qui recule

La surface boisée d'une région diminue de 3 % par an. Elle couvre aujourd'hui 45 000 hectares.

- Exprimer la surface $S(x)$, en hectares, au bout de x années.
- Calculer la surface dans 10 ans, arrondie à l'hectare.
- À l'aide du tableau ci-dessous, déterminer au bout de combien d'années entières la surface sera inférieure à 80 % de la surface actuelle.

x	6	7	8	9
$0,97^x$	0,8330	0,8080	0,7837	0,7602

Exercice 14 – Inflation et pouvoir d'achat

Les prix augmentent de 2 % par an pendant 10 ans.

- Calculer le coefficient global des prix sur 10 ans, arrondi au millionième, puis le taux global.
- Un salaire reste inchangé pendant ces 10 ans. Par quel coefficient est multiplié le nombre d'articles qu'il permet d'acheter ?
- En déduire la perte de pouvoir d'achat en pourcentage, arrondie à 0,01 %.

Exercice 15 – Synthèse : le parc de vélos d'une ville

Une ville comptait 3 200 vélos en libre-service en 2020. Ce nombre augmente de 7 % par an. On note $N(x)$ le nombre de vélos x années après 2020.

- Donner l'expression de $N(x)$, puis calculer $N(4)$, arrondi à l'unité.
- Calculer le taux d'évolution global entre 2020 et 2024, arrondi à 0,01 %.
- La ville annonce viser 6 400 vélos. À l'aide des valeurs $1,07^{10} \approx 1,9672$ et $1,07^{11} \approx 2,1049$, déterminer l'année où l'objectif sera atteint.
- Sur la même période, le nombre de trottinettes est passé de 900 à 1 600. Calculer son taux annuel moyen, arrondi à 0,01 %, et dire laquelle des deux flottes croît le plus vite.