

Plaquette 1 - Les trois formes et les calculs

Fonctions polynômes du second degré — Première générale

Exercices

Méthode

Un même trinôme peut s'écrire de trois façons, et **chaque écriture répond à une question différente** : la forme développée $ax^2 + bx + c$ donne l'ordonnée à l'origine, la forme factorisée donne les racines sans aucun calcul, la forme canonique donne le sommet. Toute la difficulté du début de chapitre est donc de savoir **passer d'une forme à l'autre** — développer est mécanique, factoriser demande de reconnaître un facteur commun ou une identité remarquable — et de choisir la bonne forme avant de se lancer. Cette plaquette installe ces gestes : identifier les coefficients, calculer des images, développer, factoriser, résoudre une équation produit nul.

Exercice 1 - Reconnaître un trinôme et ses coefficients

Pour chacune des fonctions suivantes, dire s'il s'agit d'une fonction polynôme du second degré et, si oui, donner les coefficients a , b et c .

- a) $f(x) = 3x^2 - 5x + 2$
- b) $g(x) = -x^2 + 7$
- c) $h(x) = (x - 1)(x + 4)$
- d) $k(x) = 2x^3 - x^2$

Exercice 2 - Calculer quatre images

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$.

Calculer $f(0)$, $f(1)$, $f(-2)$ et $f(0,5)$.

Exercice 3 - Développer une forme factorisée

Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3(x - 2)(x + 5)$.

- a) Développer et réduire $f(x)$.
- b) En déduire les coefficients a , b et c de la forme développée.
- c) Contrôler le développement en calculant $f(0)$ avec les deux écritures.

Exercice 4 - Développer une forme canonique

Soit g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 2(x - 3)^2 - 8$.

- a) Développer et réduire $g(x)$.
- b) Calculer $g(3)$ à partir de la forme donnée dans l'énoncé.
- c) Que représente le point de coordonnées $(3; -8)$ pour la courbe de g ?

Exercice 5 - Trois écritures, une seule fonction

On considère les trois expressions suivantes, définies pour tout réel x :

$$A(x) = x^2 - 2x - 3 \quad B(x) = (x - 1)^2 - 4 \quad C(x) = (x - 3)(x + 1)$$

- a) Calculer $A(2)$, $B(2)$ et $C(2)$.
- b) Démontrer que ces trois expressions définissent la même fonction.
- c) Quelle écriture choisir pour trouver les racines ? Pour trouver le sommet ? Pour lire l'ordonnée à l'origine ?

Exercice 6 - Lire les racines sur une forme factorisée

Donner sans calcul les racines de chacune des fonctions suivantes.

- a) $f(x) = (x - 7)(x + 2)$
- b) $g(x) = 5(x - 1)(x - 6)$
- c) $h(x) = -3(x + 4)^2$
- d) $k(x) = x(2x - 10)$

Exercice 7 - Résoudre une équation produit nul

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

- a) $(2x - 6)(x + 1) = 0$
- b) $(x - 3)(4x + 2) = 0$
- c) $x^2 + 5x = 0$

Exercice 8 - Factoriser une différence de carrés

Factoriser chacune des expressions suivantes, puis donner ses racines.

- a) $x^2 - 16$
- b) $4x^2 - 9$
- c) $x^2 - 5$
- d) $x^2 + 9$

Exercice 9 - Factoriser par un facteur commun

Factoriser les expressions suivantes le plus complètement possible.

- a) $3x^2 - 12x$
- b) $5x^2 + 10x$
- c) $2x^2 - 18$
- d) $x^2 - 6x + 9$

Exercice 10 - Chercher les antécédents d'un nombre

Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 4x + 4$.

- a) Vérifier que $f(x) = (x - 2)^2$ pour tout réel x .

- b) Déterminer les antécédents de 1 par f .
- c) Déterminer les antécédents de -3 par f .

Exercice 11 - Le rectangle de périmètre donné

Un rectangle a un périmètre de 20 cm. On note x sa largeur, en centimètres, avec $0 < x < 10$.

- a) Exprimer sa longueur en fonction de x .
- b) Montrer que son aire $A(x)$, en cm^2 , est $A(x) = -x^2 + 10x$.
- c) Calculer l'aire pour $x = 3$ puis pour $x = 5$. Laquelle est la plus grande ?

Exercice 12 - Un tableau de valeurs symétrique

Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 6x + 5$.

- a) Recopier et compléter le tableau de valeurs.

x	0	1	2	3	4	5	6
$f(x)$	?	?	?	?	?	?	?

- b) Quelle régularité observe-t-on dans les valeurs obtenues ?
- c) En déduire l'abscisse du sommet de la parabole et les racines de f .

Exercice 13 - Vrai ou faux sur le second degré

Dire si chaque affirmation est vraie ou fausse, en justifiant.

- a) La fonction définie par $f(x) = (x + 3)^2 - x^2$ est une fonction polynôme du second degré.
- b) Le coefficient a d'un trinôme peut être nul.
- c) L'expression $x^2 + 1$ admet deux racines.
- d) Si $f(2) = 0$, alors $(x - 2)$ est un facteur de $f(x)$.

Exercice 14 - Coût de production d'un atelier

Le coût de production, en centaines d'euros, de q tonnes d'un produit est donné par

$$C(q) = 0,5q^2 - 4q + 30 \quad \text{pour } 0 \leq q \leq 12$$

- a) Calculer le coût de production de 2 tonnes, de 4 tonnes et de 10 tonnes.
- b) Que représente $C(0)$ dans ce contexte ?
- c) Le coût est-il proportionnel à la quantité produite ? Justifier.

Exercice 15 - Synthèse : passer d'une forme à l'autre

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x^2 + 8x + 10$.

- a) Vérifier que $f(x) = -2(x - 5)(x + 1)$ pour tout réel x .
- b) Vérifier que $f(x) = -2(x - 2)^2 + 18$ pour tout réel x .

- c) En déduire les racines de f , puis le sommet de sa parabole.
- d) Calculer $f(0)$ et $f(4)$, et expliquer pourquoi ces deux images sont égales.