

Plaquette 1 – Calculer un taux d'évolution

Pourcentages et taux d'évolution — Première générale

Corrections détaillées

Boîte à outils

Taux d'évolution. De la valeur de départ V_D à la valeur d'arrivée V_A :

$$t = \frac{V_A - V_D}{V_D} \times 100$$

Le dénominateur est **toujours** la valeur de départ.

Coefficient multiplicateur. Il relie directement les deux valeurs :

$$CM = \frac{V_A}{V_D} = 1 + \frac{t}{100}$$

Des valeurs au taux, du taux aux valeurs.

On cherche	Formule
le taux	$t = \left(\frac{V_A}{V_D} - 1 \right) \times 100$
la valeur d'arrivée	$V_A = V_D \times CM$
la valeur de départ	$V_D = \frac{V_A}{CM}$

Variation absolue et variation relative. La première s'exprime dans l'unité de la grandeur (+50 habitants, −13 centimes) ; la seconde en pourcentage. Deux grandeurs peuvent avoir la même variation absolue et des taux très différents.

Pourcentage et point de pourcentage. Quand la grandeur étudiée est **elle-même** un pourcentage, on distingue :

Passage de 8 % à 10 %	Lecture
+2 points	différence des deux pourcentages
+25 %	taux d'évolution, car $\frac{10 - 8}{8} = 0,25$

Arrondis. On arrondit **le taux**, jamais les valeurs intermédiaires, et on annonce la précision : « +10,9 % au dixième près ».

⚠ Un taux se rapporte toujours à une base : « +20 % » n'a de sens que si l'on sait de quoi. Sans la base, la comparaison de deux taux est un piège.

Correction de l'exercice 1 - Quatre taux à calculer

La formule du cours.

$$t = \frac{V_A - V_D}{V_D} \times 100$$

a) $\frac{368 - 320}{320} = \frac{48}{320} = 0,15$, soit exactement +15 %.

b) $\frac{1\,305 - 1\,450}{1\,450} = \frac{-145}{1\,450} = -0,1$, soit −10 %.

c) $\frac{92 - 87}{87} = \frac{5}{87} \approx 0,0575$, soit environ +5,7 %.

d) $\frac{189 - 240}{240} = \frac{-51}{240} = -0,2125$, soit -21,3 % au dixième près.

Le contrôle par le coefficient. On peut aussi calculer $\frac{V_A}{V_D}$: au a), $\frac{368}{320} = 1,15$, ce qui donne +15 % ✓. Un coefficient supérieur à 1 annonce une hausse, inférieur à 1 une baisse — de quoi vérifier le signe avant même de finir le calcul.

Sur les arrondis. Aux questions a) et b), le taux est exact : on n'écrit pas « environ ». Aux questions c) et d), il est arrondi : on l'annonce.

Réponse. a) +15 % — b) -10 % — c) environ +5,7 % — d) environ -21,3 %.

Correction de l'exercice 2 - Même variation, taux différents

a) On applique la formule du cours à chaque village :

$$t = \frac{V_A - V_D}{V_D} \times 100$$

— Aubières : $\frac{2\,050 - 2\,000}{2\,000} = \frac{50}{2\,000} = 0,025$, soit +2,5 % ;

— Bressac : $\frac{550 - 500}{500} = \frac{50}{500} = 0,1$, soit +10 %.

b) La variation **absolue** est la même (+50 habitants), mais la variation **relative** ne l'est pas : Bressac croît quatre fois plus vite qu'Aubières, parce que ces 50 habitants pèsent beaucoup plus lourd dans une population de 500 que dans une population de 2 000.

Ce que cela enseigne. Un taux d'évolution mesure toujours un écart **rapporté à la base**. Pour un maire, gagner 50 habitants ne représente pas le même effort ni le même changement selon la taille de la commune : c'est pourquoi les statistiques publient des taux et non seulement des écarts.

La rédaction attendue. On ne dit pas « Bressac a plus augmenté » (faux en nombre d'habitants) mais « Bressac a augmenté plus vite », ou « son taux de croissance est plus élevé ».

Réponse. a) Aubières +2,5 %, Bressac +10 % — b) même variation absolue (+50 habitants), mais Bressac croît quatre fois plus vite en relatif.

Correction de l'exercice 3 - Lire une baisse

a) On applique la formule du cours :

$$t = \frac{3\,840 - 4\,800}{4\,800} \times 100 = \frac{-960}{4\,800} \times 100 = -20$$

La fréquentation a baissé de 20 %.

b) Le coefficient multiplicateur vaut

$$CM = \frac{V_A}{V_D} = \frac{3\,840}{4\,800} = 0,8$$

Il reste donc 80 % des passagers. C'est la lecture directe du coefficient : « il reste 0,8 fois l'effectif », soit 80 %.

c) La variation absolue est $3\,840 - 4\,800 = -960$: la ligne a perdu 960 passagers par mois.

Les deux façons de dire la même chose. « Une baisse de 20 % » et « il reste 80 % » décrivent la même situation ; la première insiste sur ce qui a disparu, la seconde sur ce qui subsiste. Le coefficient 0,8 porte les deux informations, puisque $1 - 0,2 = 0,8$.

Le contrôle. $4\,800 \times 0,8 = 3\,840 \checkmark$.

Réponse. a) -20% — b) il reste 80% des passagers — c) 960 passagers perdus par mois.

Correction de l'exercice 4 – Soigner l'arrondi

La formule, puis l'arrondi en dernier.

$$t = \frac{V_A - V_D}{V_D} \times 100$$

a) $\frac{17}{156} \approx 0,108974$, soit $+10,9\%$.

b) $\frac{-4}{89} \approx -0,044944$, soit $-4,5\%$.

c) $\frac{112}{12\,400} \approx 0,009032$, soit $+0,9\%$.

d) Au c) : le taux exact vaut environ $0,903\%$, et l'arrondi au dixième donne $0,9\%$ — l'écart relatif d'arrondi est ici le plus grand des trois, car le taux lui-même est petit. Pour une évolution faible, on précise donc souvent le **centième** de pourcent, comme le font les publications économiques ($+0,90\%$).

La règle de travail. On arrondit **seulement à la fin**. Si l'on avait arrondi $\frac{112}{12\,400}$ à $0,01$ avant de multiplier par 100 , on aurait annoncé 1% , soit une erreur de plus de 10% sur le taux.

Le vocabulaire. Un résultat arrondi s'annonce avec « environ » ou « au dixième près » ; écrire une égalité stricte avec une valeur arrondie est une faute de rédaction.

Réponse. a) $+10,9\%$ — b) $-4,5\%$ — c) $+0,9\%$ — d) au c), car le taux est petit : on gagne à l'écrire $+0,90\%$.

Correction de l'exercice 5 – Points de pourcentage

a) La différence des deux pourcentages vaut $10 - 8 = 2$: le taux de chômage a augmenté de **2 points de pourcentage**.

b) Ici la grandeur étudiée est elle-même un pourcentage, mais le taux d'évolution se calcule comme toujours :

$$t = \frac{10 - 8}{8} \times 100 = 25$$

Le taux de chômage a augmenté de 25% . Les deux réponses sont exactes et ne se contredisent pas : elles ne mesurent pas la même chose.

c) Pour la part de marché : la baisse est de **3 points** ($15 - 12$), et le taux d'évolution vaut

$$\frac{12 - 15}{15} \times 100 = -20$$

soit une baisse de 20% de la part de marché.

Pourquoi cette distinction existe. Dire « le chômage a augmenté de 2% » est ambigu et souvent faux : cela suggère $8 \times 1,02 = 8,16\%$. Les journalistes économiques écrivent donc « $+2$ points » quand ils soustraient, et « $+25\%$ » quand ils rapportent à la base.

À retenir. Points de pourcentage : on **soustrait**. Taux d'évolution : on **divise** par la valeur de départ.

Réponse. a) $+2$ points — b) $+25\%$ — c) -3 points, soit une baisse de 20% .

Correction de l'exercice 6 - Comparer deux évolutions

a) On applique la formule du cours aux deux villes :

$$t = \frac{V_A - V_D}{V_D} \times 100$$

— Villeneuve : $\frac{13\,250 - 12\,500}{12\,500} = \frac{750}{12\,500} = 0,06$, soit +6 % ;

— Bourgval : $\frac{50\,400 - 48\,000}{48\,000} = \frac{2\,400}{48\,000} = 0,05$, soit +5 %.

b) En nombre d'habitants, Bourgval gagne davantage : +2 400 contre +750. En **taux**, c'est Villeneuve qui progresse le plus vite : +6 % contre +5 %.

c) Pour comparer des villes de tailles différentes, c'est le **taux** qui est pertinent : il rapporte le gain à la population de départ et ne dépend donc pas de la taille. La variation absolue, elle, favorise mécaniquement la grande ville.

Attention à ne pas conclure trop vite. Les deux réponses du b) sont vraies ; une question mal lue conduit à donner l'une quand on attendait l'autre. On précise donc toujours l'unité de la comparaison : « en habitants » ou « en pourcentage ».

Réponse. a) +6 % et +5 % — b) Bourgval en habitants (+2 400), Villeneuve en taux — c) le taux d'évolution.

Correction de l'exercice 7 - Du taux à la valeur d'arrivée

La formule du cours.

$$V_A = V_D \times CM \quad \text{avec} \quad CM = 1 + \frac{t}{100}$$

a) $CM = 1,35$, donc $420 \times 1,35 = 567$.

b) $CM = 0,88$, donc $1\,800 \times 0,88 = 1\,584$.

c) $CM = 1 + 2,50 = 3,50$, donc $96 \times 3,5 = 336$. Une hausse de 250 % multiplie la quantité par 3,5, elle ne la multiplie pas par 2,5.

d) $CM = 0,925$, donc $250 \times 0,925 = 231,25$.

Le contrôle mental. Au a), 35 % de 420 valent environ 147, et $420 + 147 = 567$ ✓. Au b), 12 % de 1 800 valent 216, et $1\,800 - 216 = 1\,584$ ✓. Cette vérification par la variation absolue prend trois secondes et attrape les erreurs de coefficient.

Le piège du c). Confondre « augmenter de 250 % » et « être multiplié par 2,5 » est très courant : la première expression ajoute 250 % à 100 %, la seconde correspond à une hausse de 150 %.

Réponse. a) 567 — b) 1 584 — c) 336 — d) 231,25.

Correction de l'exercice 8 - Retrouver la valeur de départ

La formule du cours, lue dans l'autre sens :

$$V_D = \frac{V_A}{CM}$$

a) $\frac{960}{1,20} = 800$.

b) $\frac{840}{0,75} = 1\,120$.

c) $\frac{1\,300}{1,04} = 1\,250$.

d) $\frac{180}{0,40} = 450$.

Les contrôles. $800 \times 1,2 = 960 \checkmark$; $1\,120 \times 0,75 = 840 \checkmark$; $1\,250 \times 1,04 = 1\,300 \checkmark$; $450 \times 0,4 = 180 \checkmark$. Chacun se fait en une ligne, et il serait imprudent de s'en passer.

L'erreur à éviter. Pour défaire une hausse de 20 %, on ne retire pas 20 % : $960 \times 0,8 = 768 \neq 800$. Défaire une évolution, c'est **diviser** par son coefficient, pas appliquer le taux opposé.

Le repère utile. Après une baisse, la valeur de départ est plus **grande** que la valeur d'arrivée (b et d) ; après une hausse, elle est plus **petite** (a et c). Un résultat qui contredit ce sens signale une division inversée.

Réponse. a) 800 — b) 1 120 — c) 1 250 — d) 450.

Correction de l'exercice 9 - L'erreur à corriger

a) L'élève a divisé par la valeur d'**arrivée**. La formule du cours impose la valeur de départ au dénominateur :

$$t = \frac{V_A - V_D}{V_D} \times 100 = \frac{300 - 250}{250} \times 100 = \frac{50}{250} \times 100 = 20$$

Le taux d'évolution est donc de +20 %. Contrôle par le coefficient : $\frac{300}{250} = 1,2 \checkmark$.

b) Le calcul $\frac{50}{300} \approx 0,167$ n'est pas absurde : il dit que la hausse représente environ 16,7 % de la **valeur finale**. C'est aussi le taux de l'évolution **inverse**, de 300 à 250 :

$$\frac{250 - 300}{300} \times 100 \approx -16,7$$

Autrement dit, monter de 250 à 300 est une hausse de 20 %, mais redescendre de 300 à 250 est une baisse de 16,7 %.

Ce qu'il faut retenir. Les deux nombres 20 et 16,7 mesurent le même écart de 50 unités, rapporté à deux bases différentes. Changer de base change le taux : c'est exactement pourquoi le dénominateur ne se choisit pas au hasard.

Réponse. a) il faut diviser par la valeur de départ : +20 % — b) 16,7 % est le taux de l'évolution inverse, de 300 à 250.

Correction de l'exercice 10 - Compléter un tableau

Ligne 1 — on cherche le taux :

$$t = \frac{460 - 400}{400} \times 100 = 15$$

soit +15 %.

Ligne 2 — on cherche la valeur d'arrivée, avec CM = 0,75 :

$$V_A = 1\,200 \times 0,75 = 900$$

Ligne 3 — on cherche la valeur de départ, avec CM = 1,20 :

$$V_D = \frac{96}{1,20} = 80$$

Ligne 4 — on cherche le taux : $\frac{2\,375 - 2\,500}{2\,500} = -0,05$, soit -5 %.

Le tableau complété se lit ainsi :

Départ	Arrivée	Taux
400	460	+15 %
1 200	900	−25 %
80	96	+20 %
2 500	2 375	−5 %

La méthode générale. Trois quantités, deux données : on identifie d'abord **laquelle manque**, puis on choisit la formule correspondante. C'est le seul choix à faire ; le calcul, lui, est toujours le même.

Réponse. +15 % — 900 — 80 — −5 %.

Correction de l'exercice 11 - Population d'une commune

a) On applique la formule du cours :

$$t = \frac{1\,364 - 1\,240}{1\,240} \times 100 = \frac{124}{1\,240} \times 100 = 10$$

La population a augmenté de 10 % en cinq ans.

b) Non. Diviser le taux global par 5 donnerait 2 %, mais les évolutions annuelles ne s'additionnent pas : cinq hausses de 2 % donnent un coefficient

$$1,02^5 \approx 1,1041$$

soit environ +10,4 %, et non +10 % exactement. De plus, rien ne dit que la croissance a été régulière : elle a pu se concentrer sur une seule année.

c) Une nouvelle hausse de 10 % donne

$$1\,364 \times 1,10 = 1\,500,4$$

soit environ 1 500 habitants — un effectif se donne en nombre entier.

Ce que le b) annonce. Le taux annuel moyen se calcule, mais pas par une division : il faut la n -ième racine du coefficient global. C'est l'objet de la plaquette 3.

Réponse. a) +10 % — b) non, les taux annuels ne s'additionnent pas ($1,02^5 \approx 1,104$) — c) environ 1 500 habitants.

Correction de l'exercice 12 - Le prix du carburant

a) On applique la formule du cours :

$$t = \frac{1,72 - 1,85}{1,85} \times 100 = \frac{-0,13}{1,85} \times 100 \approx -7,0$$

Le prix a baissé d'environ 7,0 %.

b) L'économie par litre est de 0,13 €, donc sur 45 litres :

$$45 \times 0,13 = 5,85$$

soit 5,85 € d'économie.

c) Le plein coûtait $45 \times 1,85 = 83,25$ €. L'économie représente

$$\frac{5,85}{83,25} \approx 0,0703$$

soit environ 7,0 % — exactement le taux du a).

Pourquoi c'est le même pourcentage. Le prix du plein est **proportionnel** au prix du litre : multiplier le prix unitaire par 0,93 multiplie la facture par le même coefficient. Un

taux d'évolution se transmet donc inchangé à toute grandeur proportionnelle, quel que soit le volume acheté.

Réponse. a) environ $-7,0\%$ — b) $5,85\text{ €}$ — c) environ $7,0\%$, le même taux, par proportionnalité.

Correction de l'exercice 13 - Un stock en tonnes

a) On applique la formule du cours :

$$t = \frac{3 - 2,4}{2,4} \times 100 = \frac{0,6}{2,4} \times 100 = 25$$

Le stock a augmenté de 25% . Contrôle par le coefficient : $\frac{3}{2,4} = 1,25 \checkmark$.

b) La variation absolue vaut $3 - 2,4 = 0,6$ tonne. Comme $1\text{ tonne} = 1\,000\text{ kg}$, cela fait 600 kg de plus.

c) Une baisse de 15% correspond au coefficient $0,85$:

$$3 \times 0,85 = 2,55$$

soit $2,55$ tonnes, c'est-à-dire $2\,550\text{ kg}$.

Le réflexe des unités. Le taux d'évolution est un nombre **sans unité** : il vaut $+25\%$ que l'on travaille en tonnes ou en kilogrammes ($\frac{3\,000 - 2\,400}{2\,400} = 0,25$ également). En revanche, la variation absolue dépend de l'unité, et la question précise laquelle employer.

Remarque. Après $+25\%$ puis -15% , le stock ($2\,550\text{ kg}$) reste supérieur au stock initial ($2\,400\text{ kg}$) : le coefficient global vaut $1,25 \times 0,85 = 1,0625$, soit $+6,25\%$.

Réponse. a) $+25\%$ — b) $+600\text{ kg}$ — c) $2\,550\text{ kg}$.

Correction de l'exercice 14 - Salaire, prime et revenu annuel

a) On applique la formule du cours :

$$t = \frac{1\,924 - 1\,850}{1\,850} \times 100 = \frac{74}{1\,850} \times 100 = 4$$

Le salaire mensuel a augmenté de 4% .

b) Revenu annuel avant : $12 \times 1\,850 = 22\,200\text{ €}$. Après, prime comprise :

$$12 \times 1\,924 + 600 = 23\,088 + 600 = 23\,688$$

soit $23\,688\text{ €}$.

c) $t = \frac{23\,688 - 22\,200}{22\,200} \times 100 \approx 6,7$: le revenu annuel progresse d'environ $6,7\%$.

d) Parce que les deux taux ne portent pas sur la même grandeur. Le salaire mensuel gagne 4% ; le revenu annuel bénéficie en plus de la prime, qui représente à elle seule $\frac{600}{22\,200} \approx 2,7\%$ du revenu de départ. On retrouve bien $4 + 2,7 = 6,7$ — ici l'addition fonctionne car les deux effets sont **rapportés à la même base**, le revenu annuel initial.

Le point de vigilance. La prime est **exceptionnelle** : elle n'augmente pas le revenu des années suivantes. Un taux calculé sur une année qui comporte une prime ne se prolonge donc pas ; c'est un piège classique de lecture de bulletins de salaire.

Réponse. a) $+4\%$ — b) $22\,200\text{ €}$ puis $23\,688\text{ €}$ — c) environ $+6,7\%$ — d) la prime s'ajoute au revenu annuel sans être une hausse de salaire.

Correction de l'exercice 15 - Synthèse : un budget poste par poste

a) On applique la formule du cours à chaque ligne :

$$t = \frac{V_A - V_D}{V_D} \times 100$$

- Logement : $\frac{39}{780} = 0,05$, soit +5 % ;
- Alimentation : $\frac{21}{420} = 0,05$, soit +5 % ;
- Transport : $\frac{-18}{180} = -0,10$, soit -10 % ;
- Loisirs : $\frac{18}{120} = 0,15$, soit +15 %.

b) Totaux : $780 + 420 + 180 + 120 = 1\,500$ € en 2025, et $819 + 441 + 162 + 138 = 1\,560$ € en 2026. D'où

$$t = \frac{1\,560 - 1\,500}{1\,500} \times 100 = 4$$

Le budget a augmenté de 4 %.

c) Non. La moyenne simple des quatre taux vaut $\frac{5 + 5 - 10 + 15}{4} = 3,75$, alors que le budget progresse de 4 %. Il faut **pondérer** chaque taux par le poids de son poste :

$$\frac{780 \times 5 + 420 \times 5 + 180 \times (-10) + 120 \times 15}{1\,500} = \frac{3\,900 + 2\,100 - 1\,800 + 1\,800}{1\,500} = 4$$

La baisse du transport ne pèse que 180 € sur 1 500 : elle ne peut pas compenser une hausse de 5 % sur les 1 200 € de logement et d'alimentation.

d) Part du logement : $\frac{780}{1\,500} = 0,52$, soit 52 % en 2025, et $\frac{819}{1\,560} = 0,525$, soit 52,5 % en 2026. Le logement pèse un peu plus lourd, parce qu'il a augmenté plus vite que le budget total (5 % contre 4 %).

La règle générale à retenir. Un taux global n'est jamais la moyenne simple des taux qui le composent : c'est une **moyenne pondérée par les masses**. C'est la même raison qui interdit de moyenner des vitesses ou des notes sans tenir compte des durées et des coefficients.

Réponse. a) +5 %, +5 %, -10 %, +15 % — b) 1 500 € puis 1 560 €, soit +4 % — c) non, la moyenne simple donne 3,75 % : il faut pondérer par les montants — d) 52 % puis 52,5 %.