

Plaquette 5 - Synthèse : problèmes complets

Probabilités conditionnelles — Première générale

Exercices

Méthode

Dernière plaquette : les énoncés du bac, en entier. Le plan de résolution ne change jamais — traduire les données en notations, construire l'**arbre** (ou le tableau), calculer les **chemins**, appliquer les **probabilités totales**, puis **inverser** la conditionnelle demandée, et enfin **interpréter** le résultat en français. Les cinq premières étapes sont mécaniques ; la dernière est celle qui rapporte le plus de points, et c'est presque toujours la même surprise : la conditionnelle inversée ne ressemble pas à celle de départ. Les contextes sont variés — industrie, santé, banque, transports, enquêtes — mais les outils sont exactement les quatre de ce chapitre, et aucun autre.

Exercice 1 - Deux usines de smartphones

Un fabricant produit des smartphones dans deux usines. L'usine U_1 assure 70 % de la production et fournit 97 % d'appareils conformes ; U_2 assure le reste avec 91 % de conformes.

- Calculer la probabilité qu'un appareil pris au hasard soit conforme.
- Calculer la probabilité qu'il soit non conforme.
- Un appareil est non conforme. Quelle est la probabilité qu'il vienne de U_1 ?

Exercice 2 - Bourses et réussite à l'examen

Dans une université, 22 % des étudiants sont boursiers. Le taux de réussite à l'examen est de 78 % chez les boursiers et de 71 % chez les non-boursiers.

- Calculer le taux de réussite global.
- Parmi les étudiants ayant réussi, quelle proportion est boursière ?
- Comparer cette proportion à la part de boursiers dans l'université et commenter.

Exercice 3 - Vaccination et grippe

Dans une population, 65 % des personnes sont vaccinées contre la grippe. Parmi les vaccinées, 4 % contractent la grippe dans l'hiver ; parmi les non-vaccinées, 22 %.

- Calculer la probabilité qu'une personne contracte la grippe.
- Parmi les personnes ayant contracté la grippe, quelle proportion était vaccinée ?
- Un journal titre : « un quart des malades étaient vaccinés : le vaccin ne sert à rien ». Réfuter cet argument.

Exercice 4 - Sinistres en assurance habitation

Un assureur couvre 60 % de maisons et 40 % d'appartements. La probabilité d'un sinistre dans l'année est de 0,05 pour une maison et 0,03 pour un appartement.

- Calculer la probabilité qu'un logement assuré subisse un sinistre.

- b) Parmi les logements sinistrés, quelle proportion est constituée de maisons ?
- c) Sur 25 000 logements assurés, combien de sinistres attend-on, et combien concernent des appartements ?

Exercice 5 - Un contrôle antidopage

Dans une compétition, 1,5 % des athlètes sont dopés. Le contrôle est positif chez 98 % des dopés et chez 4 % des non-dopés.

- a) Calculer la probabilité qu'un contrôle soit positif.
- b) Un athlète est contrôlé positif. Quelle est la probabilité qu'il soit réellement dopé ? Arrondir au millième.
- c) Commenter ce résultat du point de vue de la justice sportive.

Exercice 6 - Une machine de tri postal

Une machine trie du courrier. 80 % des adresses sont bien lisibles, et la machine les traite correctement dans 99,5 % des cas. Les 20 % restants sont mal écrits, et la machine les traite correctement dans 90 % des cas.

- a) Calculer la probabilité qu'un courrier soit bien trié.
- b) Parmi les courriers mal triés, quelle proportion avait une adresse bien lisible ?
- c) Sur 200 000 courriers, combien d'erreurs de tri attend-on ?

Exercice 7 - Un recrutement en deux étapes

Un recrutement comporte un test écrit puis un entretien. 40 % des candidats réussissent le test écrit. Parmi ceux qui l'ont réussi, 35 % sont retenus à l'entretien. Un candidat n'est embauché que s'il franchit les deux étapes.

- a) Calculer la probabilité qu'un candidat soit embauché.
- b) Sur 250 candidats, combien d'embauches attend-on ?
- c) L'entreprise veut embaucher 50 personnes. Combien de candidats doit-elle recevoir ?

Exercice 8 - Météo et retards de livraison

Un jour donné, la probabilité qu'il pleuve est de 0,30. Un jour de pluie, une livraison est en retard avec une probabilité de 0,40 ; un jour sans pluie, avec une probabilité de 0,10.

- a) Calculer la probabilité qu'une livraison soit en retard.
- b) Une livraison est en retard. Quelle est la probabilité qu'il ait plu ?
- c) La pluie explique-t-elle la majorité des retards ?

Exercice 9 - Détection de fraude bancaire

Dans un flux de paiements, 0,2 % des transactions sont frauduleuses. Un algorithme les signale dans 96 % des cas, et il signale à tort 1 % des transactions légitimes.

- a) Calculer la probabilité qu'une transaction soit signalée.

- b) Une transaction est signalée. Quelle est la probabilité qu'elle soit frauduleuse ? Arrondir au millième.
- c) Sur 1 million de transactions, combien d'alertes l'algorithme déclenche-t-il, et combien correspondent à de vraies fraudes ?

Exercice 10 - Deux modes de culture

Dans une région, 35 % des parcelles sont cultivées en agriculture biologique. Une parcelle biologique a une probabilité de 0,30 d'avoir un rendement faible, contre 0,12 pour une parcelle conventionnelle.

- a) Calculer la probabilité qu'une parcelle ait un rendement faible.
- b) Parmi les parcelles à faible rendement, quelle proportion est biologique ?
- c) Interpréter l'écart entre cette proportion et la part du biologique dans la région.

Exercice 11 - Enquête de satisfaction

Un service compte 40 % de nouveaux clients et 60 % de clients anciens. Le taux de satisfaction est de 90 % chez les nouveaux et de 75 % chez les anciens.

- a) Calculer le taux de satisfaction global.
- b) Parmi les clients satisfaits, quelle proportion est constituée de nouveaux clients ?
- c) Parmi les clients insatisfaits, quelle proportion est constituée d'anciens clients ?

Exercice 12 - Trois composants en série

Un circuit comporte trois composants indépendants, de probabilités de bon fonctionnement 0,99, 0,97 et 0,95. Le circuit fonctionne si les trois composants fonctionnent.

- a) Calculer la probabilité que le circuit fonctionne, arrondie au dix-millième.
- b) Calculer la probabilité qu'il tombe en panne.
- c) Un quatrième composant, de fiabilité 0,99, est ajouté en série. Quelle devient la fiabilité du circuit ? Commenter.

Exercice 13 - Tableau croisé et indépendance

Une enquête porte sur 500 personnes, réparties selon leur pratique d'un sport (S) et leur habitude de lire la presse (L).

$\cdot$	L	$\bar{L}$	Total
S	120	180	300
$\bar{S}$	80	120	200
Total	200	300	500

- a) Calculer $P(S)$, $P(L)$ et $P(S \cap L)$.
- b) Les deux pratiques sont-elles indépendantes ? Justifier.
- c) Calculer $P_S(L)$ et $P_{\bar{S}}(L)$, et confirmer la conclusion.

Exercice 14 - Deux tirages dans une urne

Une urne contient 7 jetons numérotés de 1 à 7. On tire deux jetons successivement et sans remise.

- a) Calculer la probabilité que le premier jeton porte un numéro pair.
- b) Calculer la probabilité que les deux jetons portent un numéro pair.
- c) Calculer la probabilité que le second jeton soit pair, sachant que le premier était impair.

Exercice 15 - Synthèse finale : un centre d'appels

Un centre d'appels traite deux types de demandes : 55 % sont des demandes simples, le reste des demandes complexes. Une demande simple est résolue au premier appel avec une probabilité de 0,85 ; une demande complexe, avec une probabilité de 0,60.

- a) Traduire les données en notations, avec S (demande simple) et R (résolue au premier appel).
- b) Donner les probabilités des quatre chemins de l'arbre et vérifier leur somme.
- c) Calculer la probabilité qu'une demande soit résolue au premier appel.
- d) Une demande a été résolue au premier appel. Quelle est la probabilité qu'elle ait été simple ?
- e) Une demande n'a **pas** été résolue au premier appel. Quelle est la probabilité qu'elle ait été complexe ?
- f) Le centre reçoit 4 000 demandes par mois. Combien de demandes non résolues au premier appel attend-il, et combien sont complexes ? Quelle recommandation formuler ?