Plaquette 5 – Synthèse : problèmes complets

Probabilités conditionnelles — Première générale

Exercices

Méthode

Dernière plaquette : les énoncés du bac, en entier. Le plan de résolution ne change jamais — traduire les données en notations, construire l'**arbre** (ou le tableau), calculer les **chemins**, appliquer les **probabilités totales**, puis **inverser** la conditionnelle demandée, et enfin **interpréter** le résultat en français. Les cinq premières étapes sont mécaniques ; la dernière est celle qui rapporte le plus de points, et c'est presque toujours la même surprise : la conditionnelle inversée ne ressemble pas à celle de départ. Les contextes sont variés — industrie, santé, banque, transports, enquêtes — mais les outils sont exactement les quatre de ce chapitre, et aucun autre.

Exercice 1 – Deux usines de smartphones

Un fabricant produit des smartphones dans deux usines. L'usine U_1 assure 70 % de la production et fournit 97 % d'appareils conformes ; U_2 assure le reste avec 91 % de conformes.

a) Calculer la probabilité qu'un appareil pris au hasard soit conforme.

b) Calculer la probabilité qu'il soit non conforme.

c) Un appareil est non conforme. Quelle est la probabilité qu'il vienne de U_1 ?

Exercice 2 – Bourses et réussite à l'examen

Dans une université, 22 % des étudiants sont boursiers. Le taux de réussite à l'examen est de 78 % chez les boursiers et de 71 % chez les non-boursiers.

a) Calculer le taux de réussite global.

b) Parmi les étudiants ayant réussi, quelle proportion est boursière ?

c) Comparer cette proportion à la part de boursiers dans l'université et commenter.

Exercice 3 – Vaccination et grippe

Dans une population, 65 % des personnes sont vaccinées contre la grippe. Parmi les vaccinées, 4 % contractent la grippe dans l'hiver ; parmi les non-vaccinées, 22 %.

a) Calculer la probabilité qu'une personne contracte la grippe.

b) Parmi les personnes ayant contracté la grippe, quelle proportion était vaccinée ?

c) Un journal titre : « un quart des malades étaient vaccinés : le vaccin ne sert à rien ». Réfuter cet argument.

Exercice 4 – Sinistres en assurance habitation

Un assureur couvre 60 % de maisons et 40 % d'appartements. La probabilité d'un sinistre dans l'année est de 0,05 pour une maison et 0,03 pour un appartement.

a) Calculer la probabilité qu'un logement assuré subisse un sinistre.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

b) Parmi les logements sinistrés, quelle proportion est constituée de maisons ?

c) Sur 25 000 logements assurés, combien de sinistres attend-on, et combien concernent des appartements ?

Exercice 5 – Un contrôle antidopage

Dans une compétition, 1,5 % des athlètes sont dopés. Le contrôle est positif chez 98 % des dopés et chez 4 % des non-dopés.

a) Calculer la probabilité qu'un contrôle soit positif.

b) Un athlète est contrôlé positif. Quelle est la probabilité qu'il soit réellement dopé ? Arrondir au millième.

c) Commenter ce résultat du point de vue de la justice sportive.

Exercice 6 – Une machine de tri postal

Une machine trie du courrier. 80 % des adresses sont bien lisibles, et la machine les traite correctement dans 99,5 % des cas. Les 20 % restants sont mal écrits, et la machine les traite correctement dans 90 % des cas.

a) Calculer la probabilité qu'un courrier soit bien trié.

b) Parmi les courriers mal triés, quelle proportion avait une adresse bien lisible ?

c) Sur 200 000 courriers, combien d'erreurs de tri attend-on ?

Exercice 7 – Un recrutement en deux étapes

Un recrutement comporte un test écrit puis un entretien. 40 % des candidats réussissent le test écrit. Parmi ceux qui l'ont réussi, 35 % sont retenus à l'entretien. Un candidat n'est embauché que s'il franchit les deux étapes.

a) Calculer la probabilité qu'un candidat soit embauché.

b) Sur 250 candidats, combien d'embauches attend-on ?

c) L'entreprise veut embaucher 50 personnes. Combien de candidats doit-elle recevoir ?

Exercice 8 – Météo et retards de livraison

Un jour donné, la probabilité qu'il pleuve est de 0,30. Un jour de pluie, une livraison est en retard avec une probabilité de 0,40 ; un jour sans pluie, avec une probabilité de 0,10.

a) Calculer la probabilité qu'une livraison soit en retard.

b) Une livraison est en retard. Quelle est la probabilité qu'il ait plu ?

c) La pluie explique-t-elle la majorité des retards ?

Exercice 9 – Détection de fraude bancaire

Dans un flux de paiements, 0,2 % des transactions sont frauduleuses. Un algorithme les signale dans 96 % des cas, et il signale à tort 1 % des transactions légitimes.

a) Calculer la probabilité qu'une transaction soit signalée.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

b) Une transaction est signalée. Quelle est la probabilité qu'elle soit frauduleuse ? Arrondir au millième.

c) Sur 1 million de transactions, combien d'alertes l'algorithme déclenche-t-il, et combien correspondent à de vraies fraudes ?

Exercice 10 – Deux modes de culture

Dans une région, 35 % des parcelles sont cultivées en agriculture biologique. Une parcelle biologique a une probabilité de 0,30 d'avoir un rendement faible, contre 0,12 pour une parcelle conventionnelle.

a) Calculer la probabilité qu'une parcelle ait un rendement faible.

b) Parmi les parcelles à faible rendement, quelle proportion est biologique ?

c) Interpréter l'écart entre cette proportion et la part du biologique dans la région.

Exercice 11 – Enquête de satisfaction

Un service compte 40 % de nouveaux clients et 60 % de clients anciens. Le taux de satisfaction est de 90 % chez les nouveaux et de 75 % chez les anciens.

a) Calculer le taux de satisfaction global.

b) Parmi les clients satisfaits, quelle proportion est constituée de nouveaux clients ?

c) Parmi les clients insatisfaits, quelle proportion est constituée d'anciens clients ?

Exercice 12 – Trois composants en série

Un circuit comporte trois composants indépendants, de probabilités de bon fonctionnement 0,99, 0,97 et 0,95. Le circuit fonctionne si les trois composants fonctionnent.

a) Calculer la probabilité que le circuit fonctionne, arrondie au dix-millième.

b) Calculer la probabilité qu'il tombe en panne.

c) Un quatrième composant, de fiabilité 0,99, est ajouté en série. Quelle devient la fiabilité du circuit ? Commenter.

Exercice 13 – Tableau croisé et indépendance

Une enquête porte sur 500 personnes, réparties selon leur pratique d'un sport (S) et leur habitude de lire la presse (L).

·	L	$\overline{L}$	**Total**
S	120	180	300
$\overline{S}$	80	120	200
Total	200	300	500

a) Calculer $P(S)$, $P(L)$ et $P(S \cap L)$.

b) Les deux pratiques sont-elles indépendantes ? Justifier.

c) Calculer $P_S(L)$ et $P_{\overline{S}}(L)$, et confirmer la conclusion.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 14 – Deux tirages dans une urne

Une urne contient 7 jetons numérotés de 1 à 7. On tire deux jetons successivement et sans remise.

a) Calculer la probabilité que le premier jeton porte un numéro pair.

b) Calculer la probabilité que les deux jetons portent un numéro pair.

c) Calculer la probabilité que le second jeton soit pair, sachant que le premier était impair.

Exercice 15 – Synthèse finale : un centre d'appels

Un centre d'appels traite deux types de demandes : 55 % sont des demandes simples, le reste des demandes complexes. Une demande simple est résolue au premier appel avec une probabilité de 0,85 ; une demande complexe, avec une probabilité de 0,60.

a) Traduire les données en notations, avec S (demande simple) et R (résolue au premier appel).

b) Donner les probabilités des quatre chemins de l'arbre et vérifier leur somme.

c) Calculer la probabilité qu'une demande soit résolue au premier appel.

d) Une demande a été résolue au premier appel. Quelle est la probabilité qu'elle ait été simple ?

e) Une demande n'a **pas** été résolue au premier appel. Quelle est la probabilité qu'elle ait été complexe ?

f) Le centre reçoit 4 000 demandes par mois. Combien de demandes non résolues au premier appel attend-il, et combien sont complexes ? Quelle recommandation formuler ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).