Plaquette 2 – Ajustement affine graphique

Statistiques à deux variables — Première générale

Exercices

Méthode

Quand le nuage est allongé, on le remplace par une **droite d'ajustement** : une seule équation résume alors toute la série, et permet d'estimer une valeur non relevée. Cette plaquette travaille les ajustements que l'on peut construire **à la main** : la droite joignant deux points bien choisis, la droite de Mayer, ou une droite tracée à la règle au milieu du nuage. Dans tous les cas, le même enchaînement : déterminer le coefficient directeur avec $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$, écrire l'équation, **vérifier qu'elle passe par le point moyen**, puis l'utiliser. Et deux réflexes d'interprétation : le coefficient directeur se lit « tant de y par unité de x », l'ordonnée à l'origine « la valeur de y quand x vaut 0 » — quand cela a un sens.

Exercice 1 – Droite joignant deux points du nuage

On reprend la série des chiffres d'affaires (en milliers d'euros).

Année x	1	2	3	4	5	6
Chiffre y	12	15	19	22	27	31

a) Déterminer le coefficient directeur de la droite (AF), où $A(1\,;12)$ et $F(6\,;31)$.

b) En déduire une équation de cette droite, sous forme réduite.

c) Cette droite passe-t-elle par le point moyen $G(3{,}5\,;21)$?

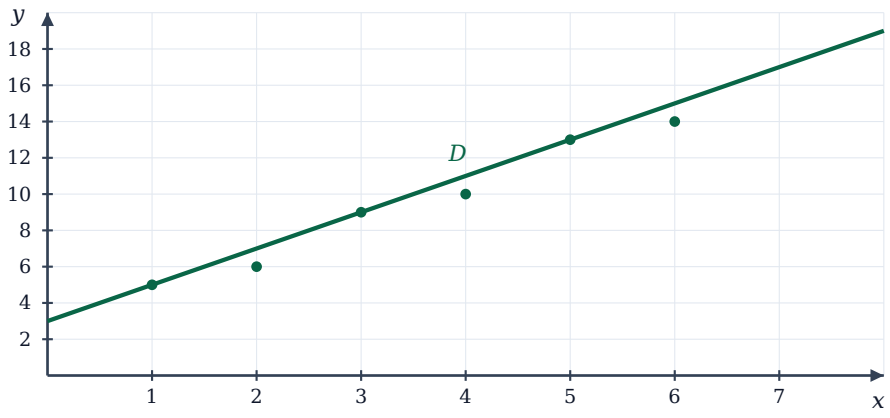
Exercice 2 – Lire une droite d'ajustement tracée

Le graphique ci-dessous montre un nuage de points et une droite d'ajustement D tracée à la règle.

a) Lire les coordonnées de deux points de D à coordonnées entières.

b) En déduire une équation de D.

c) Estimer, à l'aide de D, la valeur de y pour $x = 7$.



Le nuage et la droite d'ajustement D.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 3 – L'ajustement de Mayer

On reprend la série des chiffres d'affaires.

Année x	1	2	3	4	5	6
Chiffre y	12	15	19	22	27	31

a) Calculer les points moyens G_1 (trois premières années) et G_2 (trois dernières).

b) Déterminer une équation de la droite de Mayer, les coefficients étant arrondis au centième.

c) Vérifier que cette droite passe par $G(3{,}5\,;21)$.

Exercice 4 – Utiliser une droite d'ajustement

Pour la série des chiffres d'affaires, on retient la droite d'ajustement d'équation $y = 4x + 7$, où y est en milliers d'euros et x le rang de l'année.

a) Estimer le chiffre d'affaires de l'année 8.

b) Estimer celui de l'année 10.

c) Interpréter le coefficient directeur 4 dans le contexte.

Exercice 5 – Calculer des résidus

Pour la série des chiffres d'affaires, on utilise la droite $y = 3{,}8x + 8{,}2$.

a) Calculer les valeurs estimées par la droite pour $x = 2$, $x = 4$ et $x = 5$.

b) Calculer les écarts entre les valeurs observées et les valeurs estimées.

c) L'ajustement vous paraît-il de bonne qualité ? Justifier.

Exercice 6 – Choisir entre deux ajustements

Pour la série $(1\,;5)$, $(2\,;6)$, $(3\,;9)$, $(4\,;10)$, deux droites sont proposées :

$$D_1 : y = 2x + 3 \qquad D_2 : y = 1{,}5x + 4$$

a) Calculer les quatre valeurs estimées par D_1, puis les résidus.

b) Faire de même avec D_2.

c) Comparer les sommes des carrés des résidus et conclure.

Exercice 7 – Tester si une droite passe par le point moyen

Pour la série $(2\,;7)$, $(4\,;12)$, $(6\,;16)$, $(8\,;21)$:

a) Calculer les coordonnées du point moyen G.

b) La droite d'équation $y = 2{,}3x + 2{,}4$ passe-t-elle par G ?

c) La droite d'équation $y = 2{,}3x + 3$ passe-t-elle par G ?

Exercice 8 – Construire une droite passant par G

Une série de sept relevés a pour point moyen $G(10\,;46)$. On souhaite l'ajuster par une droite de coefficient directeur 3,5.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

a) Déterminer l'ordonnée à l'origine de cette droite.

b) Donner son équation réduite.

c) Estimer y pour $x = 15$.

Exercice 9 – Interpréter les deux coefficients

Le nombre d'abonnés y d'un service en ligne, en milliers, est ajusté par la droite

$$y = 1{,}8x + 12$$

où x est le nombre de mois écoulés depuis le lancement.

a) Interpréter le coefficient 1,8.

b) Interpréter le coefficient 12.

c) Estimer le nombre d'abonnés au bout d'un an et demi.

Exercice 10 – Ajuster un nuage décroissant

On reprend les relevés de consommation de gaz.

Température x (°C)	2	4	6	8	10	12	14
Consommation y (m³/j)	20	18	15	13	10	8	5

a) Déterminer une équation de la droite joignant les points $(2\,;20)$ et $(14\,;5)$.

b) Calculer le point moyen G et vérifier si la droite passe près de lui.

c) Interpréter le coefficient directeur.

Exercice 11 – Estimer x connaissant y

Le chiffre d'affaires (en milliers d'euros) d'une entreprise est ajusté par la droite $y = 4x + 7$, où x est le rang de l'année.

a) À partir de quelle année le chiffre d'affaires dépassera-t-il 51 milliers d'euros ?

b) À partir de quelle année dépassera-t-il 60 milliers d'euros ?

c) Pourquoi la réponse à la question b) doit-elle être arrondie « vers le haut » ?

Exercice 12 – Ajuster en écartant un point aberrant

Le tableau donne le nombre de visiteurs y (en centaines) d'un musée en fonction du mois x.

x	1	2	3	4	5	6
y	10	13	16	2	22	25

a) Repérer le point aberrant et proposer une explication plausible.

b) Calculer le point moyen de la série **sans** ce point.

c) Déterminer une équation de la droite joignant $(1\,;10)$ et $(6\,;25)$, et vérifier qu'elle passe par le point moyen trouvé en b).

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 13 – Changer le repérage des années

Une série donne la production d'un atelier pour les années 2019 à 2023. On pose $x = 0$ pour 2019.

Année	**2019**	**2020**	**2021**	**2022**	**2023**
x	0	1	2	3	4
Production y	140	152	167	178	193

a) Calculer le point moyen G.

b) Déterminer une équation de la droite joignant les points d'abscisses 0 et 4.

c) Estimer la production en 2027.

Exercice 14 – Deux séries, deux pentes

Deux magasins suivent leur chiffre d'affaires mensuel, en milliers d'euros. Les ajustements affines obtenus sont

$$\text{magasin A: } y = 2{,}5x + 40 \qquad \text{magasin B: } y = 4x + 25$$

où x est le rang du mois.

a) Lequel des deux magasins avait le plus gros chiffre d'affaires au départ ?

b) Lequel progresse le plus vite ?

c) À partir de quel mois le magasin B dépasse-t-il le magasin A ?

Exercice 15 – Synthèse : ventes de vélos électriques

Le tableau donne le nombre de vélos électriques vendus par un magasin, par trimestre.

Trimestre x	1	2	3	4	5	6
Ventes y	34	41	52	58	69	76

a) Calculer le point moyen G.

b) Calculer G_1 (trois premiers trimestres) et G_2 (trois derniers), puis déterminer l'équation de la droite de Mayer.

c) Vérifier que cette droite passe par G.

d) Estimer les ventes du huitième trimestre.

e) À partir de quel trimestre les ventes dépasseraient-elles 100 vélos, d'après ce modèle ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).