

Plaquette 2 – Ajustement affine graphique

Statistiques à deux variables — Première générale

Exercices

Méthode

Quand le nuage est allongé, on le remplace par une **droite d'ajustement** : une seule équation résume alors toute la série, et permet d'estimer une valeur non relevée. Cette plaquette travaille les ajustements que l'on peut construire **à la main** : la droite joignant deux points bien choisis, la droite de Mayer, ou une droite tracée à la règle au milieu du nuage. Dans tous les cas, le même enchaînement : déterminer le coefficient directeur avec $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$, écrire l'équation, **vérifier qu'elle passe par le point moyen**, puis l'utiliser. Et deux réflexes d'interprétation : le coefficient directeur se lit « tant de y par unité de x », l'ordonnée à l'origine « la valeur de y quand x vaut 0 » — quand cela a un sens.

Exercice 1 – Droite joignant deux points du nuage

On reprend la série des chiffres d'affaires (en milliers d'euros).

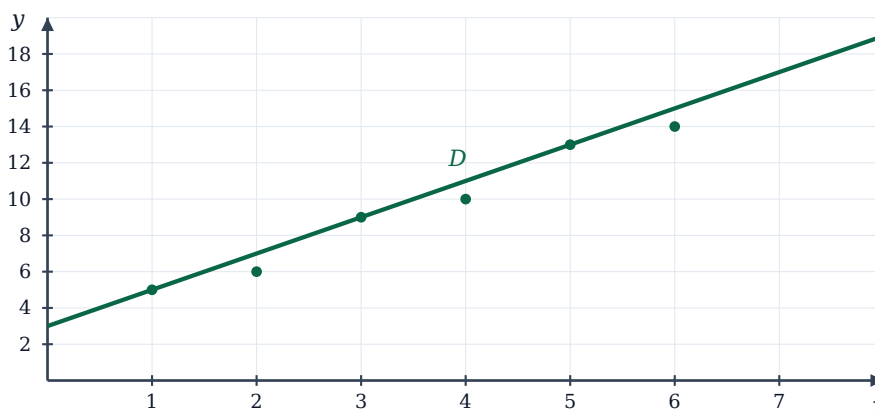
Année x	1	2	3	4	5	6
Chiffre y	12	15	19	22	27	31

- Déterminer le coefficient directeur de la droite (AF), où A(1 ; 12) et F(6 ; 31).
- En déduire une équation de cette droite, sous forme réduite.
- Cette droite passe-t-elle par le point moyen G(3,5 ; 21) ?

Exercice 2 – Lire une droite d'ajustement tracée

Le graphique ci-dessous montre un nuage de points et une droite d'ajustement D tracée à la règle.

- Lire les coordonnées de deux points de D à coordonnées entières.
- En déduire une équation de D.
- Estimer, à l'aide de D, la valeur de y pour x = 7.



Le nuage et la droite d'ajustement D.

Exercice 3 - L'ajustement de Mayer

On reprend la série des chiffres d'affaires.

Année x	1	2	3	4	5	6
Chiffre y	12	15	19	22	27	31

- Calculer les points moyens G_1 (trois premières années) et G_2 (trois dernières).
- Déterminer une équation de la droite de Mayer, les coefficients étant arrondis au centième.
- Vérifier que cette droite passe par $G(3,5 ; 21)$.

Exercice 4 - Utiliser une droite d'ajustement

Pour la série des chiffres d'affaires, on retient la droite d'ajustement d'équation $y = 4x + 7$, où y est en milliers d'euros et x le rang de l'année.

- Estimer le chiffre d'affaires de l'année 8.
- Estimer celui de l'année 10.
- Interpréter le coefficient directeur 4 dans le contexte.

Exercice 5 - Calculer des résidus

Pour la série des chiffres d'affaires, on utilise la droite $y = 3,8x + 8,2$.

- Calculer les valeurs estimées par la droite pour $x = 2$, $x = 4$ et $x = 5$.
- Calculer les écarts entre les valeurs observées et les valeurs estimées.
- L'ajustement vous paraît-il de bonne qualité ? Justifier.

Exercice 6 - Choisir entre deux ajustements

Pour la série (1 ; 5), (2 ; 6), (3 ; 9), (4 ; 10), deux droites sont proposées :

$$D_1: y = 2x + 3 \quad D_2: y = 1,5x + 4$$

- Calculer les quatre valeurs estimées par D_1 , puis les résidus.
- Faire de même avec D_2 .
- Comparer les sommes des carrés des résidus et conclure.

Exercice 7 - Tester si une droite passe par le point moyen

Pour la série (2 ; 7), (4 ; 12), (6 ; 16), (8 ; 21) :

- Calculer les coordonnées du point moyen G .
- La droite d'équation $y = 2,3x + 2,4$ passe-t-elle par G ?
- La droite d'équation $y = 2,3x + 3$ passe-t-elle par G ?

Exercice 8 - Construire une droite passant par G

Une série de sept relevés a pour point moyen $G(10 ; 46)$. On souhaite l'ajuster par une droite de coefficient directeur 3,5.

- a) Déterminer l'ordonnée à l'origine de cette droite.
- b) Donner son équation réduite.
- c) Estimer y pour $x = 15$.

Exercice 9 - Interpréter les deux coefficients

Le nombre d'abonnés y d'un service en ligne, en milliers, est ajusté par la droite

$$y = 1,8x + 12$$

où x est le nombre de mois écoulés depuis le lancement.

- a) Interpréter le coefficient 1,8.
- b) Interpréter le coefficient 12.
- c) Estimer le nombre d'abonnés au bout d'un an et demi.

Exercice 10 - Ajuster un nuage décroissant

On reprend les relevés de consommation de gaz.

Température x (°C)	2	4	6	8	10	12	14
Consommation y (m ³ /j)	20	18	15	13	10	8	5

- a) Déterminer une équation de la droite joignant les points (2 ; 20) et (14 ; 5).
- b) Calculer le point moyen G et vérifier si la droite passe près de lui.
- c) Interpréter le coefficient directeur.

Exercice 11 - Estimer x connaissant y

Le chiffre d'affaires (en milliers d'euros) d'une entreprise est ajusté par la droite $y = 4x + 7$, où x est le rang de l'année.

- a) À partir de quelle année le chiffre d'affaires dépassera-t-il 51 milliers d'euros ?
- b) À partir de quelle année dépassera-t-il 60 milliers d'euros ?
- c) Pourquoi la réponse à la question b) doit-elle être arrondie « vers le haut » ?

Exercice 12 - Ajuster en écartant un point aberrant

Le tableau donne le nombre de visiteurs y (en centaines) d'un musée en fonction du mois x .

x	1	2	3	4	5	6
y	10	13	16	2	22	25

- a) Repérer le point aberrant et proposer une explication plausible.
- b) Calculer le point moyen de la série **sans** ce point.
- c) Déterminer une équation de la droite joignant (1 ; 10) et (6 ; 25), et vérifier qu'elle passe par le point moyen trouvé en b).

Exercice 13 - Changer le repérage des années

Une série donne la production d'un atelier pour les années 2019 à 2023. On pose $x = 0$ pour 2019.

Année	2019	2020	2021	2022	2023
x	0	1	2	3	4
Production y	140	152	167	178	193

- Calculer le point moyen G .
- Déterminer une équation de la droite joignant les points d'abscisses 0 et 4.
- Estimer la production en 2027.

Exercice 14 - Deux séries, deux pentes

Deux magasins suivent leur chiffre d'affaires mensuel, en milliers d'euros. Les ajustements affines obtenus sont

$$\text{magasin A: } y = 2,5x + 40 \quad \text{magasin B: } y = 4x + 25$$

où x est le rang du mois.

- Lequel des deux magasins avait le plus gros chiffre d'affaires au départ ?
- Lequel progresse le plus vite ?
- À partir de quel mois le magasin B dépasse-t-il le magasin A ?

Exercice 15 - Synthèse : ventes de vélos électriques

Le tableau donne le nombre de vélos électriques vendus par un magasin, par trimestre.

Trimestre x	1	2	3	4	5	6
Ventes y	34	41	52	58	69	76

- Calculer le point moyen G .
- Calculer G_1 (trois premiers trimestres) et G_2 (trois derniers), puis déterminer l'équation de la droite de Mayer.
- Vérifier que cette droite passe par G .
- Estimer les ventes du huitième trimestre.
- À partir de quel trimestre les ventes dépasseraient-elles 100 vélos, d'après ce modèle ?