# Plaquette 4 – Interpolation et extrapolation

## Statistiques à deux variables — Première générale

Exercices

### Méthode

Une droite d'ajustement sert à **estimer**, mais pas n'importe où. Estimer à l'intérieur de l'intervalle des données observées, c'est **interpoler** : l'estimation est encadrée par des relevés réels, elle est fiable. Estimer en dehors, c'est **extrapoler** : plus on s'éloigne, plus l'estimation est fragile, et elle finit souvent par devenir absurde — une consommation négative, une note supérieure à 20, une population multipliée par mille. Cette plaquette apprend à distinguer les deux situations, à **annoncer** laquelle on pratique, et à repérer le moment où le modèle cesse d'avoir un sens. On y travaille aussi la question inverse — trouver le $x$ qui atteint un seuil donné — avec le soin d'arrondi que cela demande.

### Exercice 1 – Interpolation ou extrapolation ?

Une série de chiffres d'affaires a été relevée pour les années de rang 1 à 6, et ajustée par la droite $y = 3{,}83x + 7{,}60$.

Pour chacune des estimations suivantes, dire s'il s'agit d'une interpolation ou d'une extrapolation.

a) le chiffre d'affaires de l'année de rang 3,5

b) celui de l'année de rang 8

c) celui de l'année de rang 0

d) celui de l'année de rang 5,2

### Exercice 2 – Interpoler une valeur manquante

Le tableau donne le chiffre d'affaires (en milliers d'euros) d'une entreprise, mais la donnée de l'année 4 a été perdue.

| **Année** $x$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Chiffre $y$ | 12 | 15 | 19 | ? | 27 | 31 |

La droite d'ajustement construite sur les cinq données disponibles est $y = 3{,}86x + 7{,}67$.

a) Estimer le chiffre d'affaires de l'année 4.

b) S'agit-il d'une interpolation ou d'une extrapolation ?

c) L'estimation est-elle cohérente avec les valeurs voisines ?

### Exercice 3 – Extrapoler avec prudence

On garde la droite $y = 3{,}83x + 7{,}60$, ajustée sur les rangs 1 à 6.

a) Estimer le chiffre d'affaires de l'année 8, puis celui de l'année 20.

b) Laquelle des deux estimations est la plus fiable ? Justifier.

c) Estimer celui de l'année 50. Que penser de ce résultat ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

## Exercice 4 – Quand le modèle devient impossible

La consommation de gaz (en m³/jour) en fonction de la température $x$ (en °C) est ajustée, pour des températures de 2 à 14 °C, par

$$y = -1{,}25x + 22{,}71$$

a) Estimer la consommation à 9 °C.

b) Estimer la consommation à 25 °C. Commenter.

c) À partir de quelle température le modèle donne-t-il une consommation négative ?

## Exercice 5 – Une note plafonnée

La note $y$ (sur 20) de huit élèves en fonction de leur nombre d'heures de révision $x$ (de 1 à 8 heures) est ajustée par

$$y = 1{,}476x + 1{,}357$$

a) Estimer la note d'un élève ayant révisé 6,5 heures.

b) Estimer celle d'un élève ayant révisé 15 heures. Commenter.

c) À partir de combien d'heures le modèle donne-t-il une note supérieure à 20 ?

## Exercice 6 – Atteindre un seuil

Les ventes trimestrielles de vélos électriques, relevées du trimestre 1 au trimestre 6, sont ajustées par

$$y = 8{,}571x + 25$$

a) Résoudre l'équation $8{,}571x + 25 = 100$.

b) En déduire le premier trimestre où les ventes dépasseraient 100 vélos.

c) Vérifier la réponse en calculant les ventes estimées des deux trimestres voisins.

## Exercice 7 – Loyers : deux estimations très inégales

Les loyers de six appartements, de 20 à 70 m², sont ajustés par

$$y = 13{,}343x + 217{,}905$$

où $y$ est en euros et $x$ en m².

a) Estimer le loyer d'un appartement de 45 m², puis celui d'un studio de 10 m².

b) Pour chacune, préciser s'il s'agit d'une interpolation ou d'une extrapolation.

c) Estimer le loyer d'un appartement de 150 m² et discuter la validité du résultat.

## Exercice 8 – Extrapoler sur la taille d'un nouveau-né

La masse $y$ (en kg) de sept nouveau-nés, de 46 à 54 cm, est ajustée par

$$y = 0{,}170x - 5{,}206$$

a) Estimer la masse d'un nouveau-né de 53 cm.

b) Estimer celle d'un enfant de 60 cm, puis celle d'un bébé de 30 cm. Commenter chaque résultat.

c) Quel est le domaine de validité raisonnable de ce modèle ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

### Exercice 9 – Une population qui sature

La population d'un village, relevée de 2015 à 2021, est ajustée par $y = 46x + 1\,240$, où $x$ est le nombre d'années après 2015 et $y$ la population.

a) Estimer la population en 2024, puis en 2035.

b) Le plan local d'urbanisme limite la commune à 2 500 habitants. En quelle année ce plafond serait-il atteint ?

c) Que se passera-t-il en réalité une fois le plafond atteint ? Le modèle affine reste-t-il pertinent ?

### Exercice 10 – Arrondir dans le bon sens

Un abonnement coûte $y = 4{,}2x + 18$ euros au bout de $x$ mois. Un client dispose d'un budget de 100 €.

a) Résoudre l'équation $4{,}2x + 18 = 100$.

b) Combien de mois entiers le client peut-il payer sans dépasser son budget ?

c) Un élève répond « 20 mois ». Expliquer son erreur.

### Exercice 11 – Deux horizons de prévision

Le nombre d'abonnés d'un service, relevé pendant les 12 premiers mois, est ajusté par $y = 1{,}8x + 12$ (en milliers d'abonnés, $x$ en mois).

a) Estimer le nombre d'abonnés au bout de 14 mois, puis au bout de 60 mois.

b) Comparer la fiabilité des deux estimations.

c) Au bout de 60 mois, le modèle prévoit-il un nombre d'abonnés réaliste pour un service national ? Que manquerait-il au modèle ?

### Exercice 12 – Une extrapolation raisonnable

On mesure l'allongement $y$ (en mm) d'un ressort en fonction de la masse $x$ (en g) accrochée, pour des masses de 50 à 250 g. L'ajustement donne

$$y = 0{,}24x + 0{,}5 \qquad \text{avec } r \approx 0{,}9997$$

a) Estimer l'allongement pour une masse de 180 g, puis pour 300 g.

b) Pourquoi l'extrapolation à 300 g est-elle ici plus crédible que dans les exercices précédents ?

c) Existe-t-il malgré tout une limite à cette extrapolation ?

### Exercice 13 – Ajuster seulement une partie du nuage

On reprend les relevés de consommation d'un véhicule.

| **Vitesse $x$ (km/h)** | 50 | 70 | 90 | 100 | 110 | 130 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Consommation $y$ (L/100 km) | 5,2 | 5,0 | 5,4 | 5,9 | 6,5 | 7,8 |

En écartant le relevé à 50 km/h, la calculatrice donne $a = 0{,}047\,5$, $b = 1{,}37$ et $r \approx 0{,}971$.

a) Pourquoi est-il légitime d'écarter le relevé à 50 km/h ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

b) Comparer le nouveau coefficient de corrélation à l'ancien ($r \approx 0{,}890$).

c) Estimer la consommation à 120 km/h avec ce nouveau modèle, et comparer à l'estimation obtenue avec les six points (6,9 L/100 km).

## Exercice 14 – Prévoir un budget

Les dépenses annuelles d'entretien d'une flotte de véhicules, relevées de l'année 1 à l'année 7, sont ajustées par $y = 2{,}4x + 15$, où $y$ est en milliers d'euros.

a) Estimer les dépenses de l'année 9.

b) Le budget alloué est de 40 milliers d'euros par an. À partir de quelle année sera-t-il insuffisant ?

c) Quelle recommandation formuler au gestionnaire, en tenant compte de la nature de l'estimation ?

## Exercice 15 – Deux modèles, deux prévisions

Une série de six relevés est ajustée de deux façons : par la droite de régression $y = 5{,}1x + 20$ et par la droite de Mayer $y = 4{,}8x + 21{,}5$. Les données couvrent les rangs 1 à 6.

a) Comparer les deux estimations pour $x = 4$.

b) Comparer les deux estimations pour $x = 25$.

c) Que conclure sur le choix de la méthode d'ajustement selon l'horizon de prévision ?

## Exercice 16 – Synthèse : production d'électricité solaire

La production d'électricité solaire d'une commune, en MWh, a été relevée de 2018 à 2024.

| Année | 2018 | 2019 | 2020 | 2021 | 2022 | 2023 | 2024 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Rang $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Production $y$ | 120 | 145 | 178 | 205 | 236 | 262 | 295 |

a) Calculer les coordonnées du point moyen.

b) La calculatrice donne $a \approx 29{,}179$ et $b \approx 118{,}321$. Vérifier que la droite passe par le point moyen.

c) Estimer la production de 2023 avec le modèle, et la comparer au relevé. Commenter.

d) Estimer la production de 2028, puis de 2050. Préciser à chaque fois la nature de l'estimation.

e) À partir de quelle année la production dépasserait-elle 500 MWh ? Formuler une réserve.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).