

Plaquette 1 – Nuage de points et point moyen

Statistiques à deux variables — Première générale

Exercices

Méthode

Une série statistique à deux variables associée, à chaque individu, **deux** nombres : la taille et la masse, l'année et le chiffre d'affaires, la température et la consommation. On la représente par un **nuage de points** dans un repère, et le premier réflexe est de le regarder : les points sont-ils alignés, allongés, dispersés ? Le second est de calculer le **point moyen** $G(\bar{x}; \bar{y})$, dont les coordonnées sont les deux moyennes : c'est le « centre de gravité » du nuage, et tout ajustement affine devra passer par lui. Cette plaquette installe ces deux gestes, ainsi que la méthode de Mayer, qui consiste à couper le nuage en deux et à joindre les points moyens des deux moitiés.

Exercice 1 – Construire un nuage de points

Le tableau donne le chiffre d'affaires d'une entreprise, en milliers d'euros, pour six années consécutives, l'année 1 étant repérée par $x = 1$.

Année x	1	2	3	4	5	6
Chiffre d'affaires y	12	15	19	22	27	31

- Représenter le nuage de points dans un repère, avec 1 cm pour une année en abscisse et 1 cm pour 5 milliers d'euros en ordonnée.
- Le nuage semble-t-il allongé ? La tendance est-elle croissante ou décroissante ?
- Peut-on envisager un ajustement affine ? Justifier.

Exercice 2 – Calculer les coordonnées du point moyen

On considère la série statistique suivante.

x	2	4	6	8	10
y	5	9	12	18	21

- Calculer $\bar{x}$.
- Calculer $\bar{y}$.
- Donner les coordonnées du point moyen G .

Exercice 3 – Un nuage de huit points

Le tableau ci-dessous donne, pour huit élèves, le nombre d'heures de révision x et la note obtenue y sur 20.

x	1	2	3	4	5	6	7	8
y	3	5	4	8	9	11	10	14

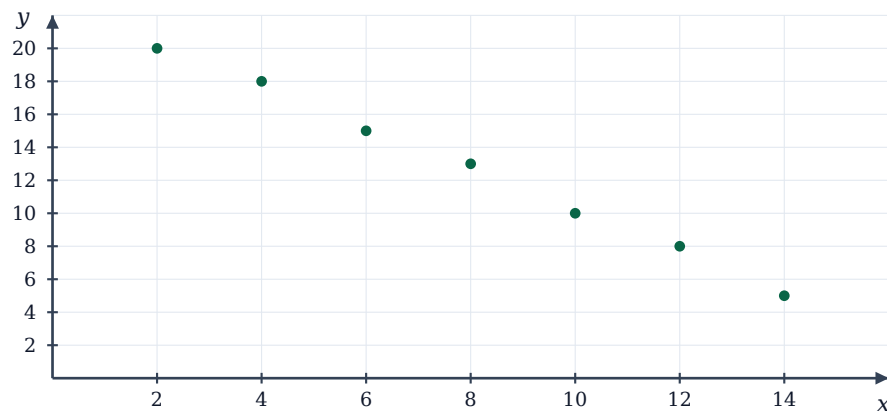
- Calculer les coordonnées du point moyen G .
- Le nuage est-il parfaitement aligné ? Justifier en comparant deux couples.

c) La corrélation est-elle positive ou négative ?

Exercice 4 - Lire un nuage de points

Le nuage ci-dessous représente, pour sept relevés, la température extérieure x (en $^{\circ}\text{C}$) et la consommation de gaz y (en m^3 par jour).

- Donner les coordonnées des deux points correspondant aux températures extrêmes.
- La tendance est-elle croissante ou décroissante ? Interpréter dans le contexte.
- Estimer graphiquement la consommation pour une température de 6°C .



Consommation de gaz (m^3/jour) en fonction de la température ($^{\circ}\text{C}$).

Exercice 5 - Reconnaître trois types de nuages

Trois nuages de points sont décrits ci-dessous par leurs couples. Pour chacun, dire si un ajustement affine est pertinent et, si oui, préciser le sens de la corrélation.

- $(1; 3), (2; 5), (3; 7), (4; 9), (5; 11)$
- $(1; 10), (2; 8), (3; 7), (4; 5), (5; 3)$
- $(1; 6), (2; 2), (3; 9), (4; 3), (5; 7)$

Exercice 6 - La méthode de Mayer

On reprend la série des huit élèves de l'exercice 3.

x	1	2	3	4	5	6	7	8
y	3	5	4	8	9	11	10	14

- Calculer les coordonnées du point moyen G_1 des quatre premiers points, puis celles du point moyen G_2 des quatre derniers.
- Déterminer une équation de la droite (G_1G_2) .
- Vérifier que cette droite passe par le point moyen $G(4,5; 8)$ de la série entière.

Exercice 7 - L'effet d'un point aberrant

On reprend la série des huit élèves, mais la dernière note est corrigée : au lieu de 14, le huitième élève a obtenu 2 (il était malade).

x	1	2	3	4	5	6	7	8
y	3	5	4	8	9	11	10	2

- Calculer le nouveau point moyen.
- De combien l'ordonnée du point moyen a-t-elle changé ?
- Faut-il conserver ce point pour étudier le lien entre révisions et notes ? Justifier.

Exercice 8 - Placer le point moyen sur un nuage

Le tableau donne la masse y (en kg) de six colis en fonction de leur volume x (en dm^3).

x	10	20	30	40	50	60
y	4	7	11	14	18	22

- Calculer les coordonnées du point moyen G .
- Représenter le nuage et placer G .
- Le point G fait-il partie des points du nuage ? Est-ce toujours le cas ?

Exercice 9 - Point moyen avec des valeurs décimales

On relève pour quatre trajets la distance x (en centaines de kilomètres) et la consommation y (en litres).

x	1,2	2,5	3,1	4,2
y	8,4	10,2	11,6	13,8

- Calculer $\bar{x}$.
- Calculer $\bar{y}$.
- Donner G et vérifier que ses coordonnées sont cohérentes avec les données.

Exercice 10 - Corrélation positive, négative ou nulle

Pour chacune des situations suivantes, prévoir le sens de la corrélation entre les deux variables, en justifiant en une phrase.

- La surface d'un appartement et son prix de vente.
- L'âge d'une voiture et son prix de revente.
- La pointure de chaussures d'un adulte et son salaire.
- L'altitude d'un lieu et sa température moyenne annuelle.

Exercice 11 – Vérifier un point moyen annoncé

Un élève affirme que le point moyen de la série ci-dessous est $G(4; 10)$.

x	1	3	5	7
y	6	8	13	17

- Vérifier le calcul de $\bar{x}$.
- Vérifier le calcul de $\bar{y}$.
- Conclure : l'élève a-t-il raison ?

Exercice 12 – Retrouver une valeur manquante

Le tableau ci-dessous est incomplet. On sait que le point moyen de la série est $G(3; 10)$.

x	1	2	3	4	5
y	4	7	?	13	16

- Vérifier que $\bar{x} = 3$.
- Déterminer la valeur manquante.
- Contrôler le résultat en recalculant $\bar{y}$.

Exercice 13 – Taille et masse de nouveau-nés

Le tableau donne, pour sept nouveau-nés, la taille x (en cm) et la masse y (en kg).

x	46	47	48	50	51	52	54
y	2,6	2,8	3,0	3,3	3,5	3,6	4,0

- Calculer les coordonnées du point moyen, l'ordonnée étant arrondie au centième.
- La corrélation est-elle positive ou négative ?
- Estimer l'augmentation moyenne de masse par centimètre de taille supplémentaire.

Exercice 14 – Deux sous-nuages de tailles différentes

On considère la série suivante, de six couples.

x	1	2	3	4	5	6
y	2	5	6	9	11	13

- Calculer le point moyen G de la série.
- Calculer les points moyens G_1 des trois premiers couples et G_2 des trois derniers.
- Vérifier que G est le milieu de $[G_1G_2]$, puis donner une équation de la droite (G_1G_2) .

Exercice 15 – Synthèse : abonnements d’une salle de sport

Le tableau donne le nombre d’abonnés y d’une salle de sport en fonction du rang x de l’année (l’année 1 étant repérée par $x = 1$).

x	1	2	3	4	5	6
y	220	260	310	340	400	430

- Calculer les coordonnées du point moyen G .
- Calculer les points moyens G_1 (trois premières années) et G_2 (trois dernières).
- Déterminer une équation de la droite de Mayer (G_1G_2), les coefficients étant arrondis au dixième.
- Vérifier que cette droite passe par G , puis estimer le nombre d’abonnés l’année 8.
- Cette estimation est-elle fiable ? Justifier en une phrase.