

Plaquette 5 – Synthèse : études statistiques complètes

Statistiques à deux variables — Première générale

Exercices

Méthode

Dernière plaquette : l'**étude complète** d'une série à deux variables, telle qu'elle tombe au bac. Le plan est toujours le même, et il vaut la peine de l'apprendre par cœur — nuage, point moyen, droite de régression, coefficient de corrélation, estimation, **critique**. Les cinq premières étapes sont du calcul ; la sixième est celle qui fait la différence : dire si l'ajustement est légitime, si l'estimation est une interpolation ou une extrapolation, et si le résultat est possible. Les énoncés ci-dessous enchaînent quatre à six questions, comme un exercice d'examen, et couvrent des contextes variés : tarifs, environnement, salaires, consommation, météo. Toutes les valeurs de a , b et r sont celles qu'affiche une calculatrice.

Exercice 1 – Étude complète : prix d'un forfait mobile

Le tableau donne le prix moyen y (en euros) d'un forfait mobile en fonction du rang x de l'année.

x	1	2	3	4	5	6	7
y	38	42	47	50	55	59	63

La calculatrice donne $a \approx 4,179$, $b \approx 33,857$ et $r \approx 0,999$.

- Calculer les coordonnées du point moyen G .
- Vérifier que la droite de régression passe par G .
- Commenter la valeur de r , puis interpréter a .
- Estimer le prix de l'année 10 et préciser la nature de l'estimation.

Exercice 2 – Étude complète : pistes cyclables

Une ville relève la longueur de ses pistes cyclables, en kilomètres, x années après 2019.

x	0	1	2	3	4	5
y	12	18	25	33	38	46

La calculatrice donne $a = 6,8$, $b \approx 11,667$ et $r \approx 0,999$.

- Calculer le point moyen et vérifier que la droite y passe.
- Interpréter les deux coefficients a et b .
- Estimer la longueur des pistes en 2027.
- La ville visait 100 km. En quelle année cet objectif serait-il atteint ?

Exercice 3 – Étude complète : réduction des déchets

La production de déchets ménagers, en kg par habitant et par an, est relevée x années après 2018.

x	0	1	2	3	4	5	6
y	540	512	488	461	434	410	383

La calculatrice donne $a \approx -26,036$, $b = 539,25$ et $r \approx -0,9999$.

- Commenter le signe et la valeur de r .
- Interpréter le coefficient a .
- Estimer la production en 2028.
- En quelle année passerait-on sous 300 kg par habitant ?
- Le modèle peut-il rester valable indéfiniment ? Justifier par un calcul.

Exercice 4 – Étude complète : arrosage d'un potager

On relève la quantité d'eau y (en litres) nécessaire à l'arrosage d'un potager de surface x (en m^2).

x	10	15	20	25	30	35
y	46	61	78	92	109	123

La calculatrice donne $a \approx 3,103$, $b \approx 15,019$ et $r \approx 0,9997$.

- Calculer le point moyen.
- Estimer la quantité d'eau pour 28 m^2 , puis pour 50 m^2 .
- Interpréter les deux coefficients. La quantité d'eau est-elle proportionnelle à la surface ?

Exercice 5 – Étude complète : salaire et ancienneté

Le tableau donne le salaire mensuel y (en euros) de sept salariés en fonction de leur ancienneté x (en années).

x	0	2	5	8	12	16	20
y	1 700	1 790	1 930	2 060	2 250	2 410	2 580

La calculatrice donne $a \approx 44,141$, $b \approx 1 705,587$ et $r \approx 0,9997$.

- Calculer le point moyen et vérifier que la droite y passe.
- Interpréter les deux coefficients.
- Estimer le salaire d'un salarié ayant 25 ans d'ancienneté.
- À partir de quelle ancienneté le salaire dépasserait-il 3 000 € ? Formuler une réserve.

Exercice 6 – Étude complète : boissons chaudes et température

Un distributeur relève ses ventes quotidiennes de boissons chaudes y en fonction de la température x (en °C).

x	-5	0	5	10	15	20	25
y	52	45	38	30	24	17	9

La calculatrice donne $a \approx -1,421$, $b \approx 44,929$ et $r \approx -0,9996$.

- Commenter r et interpréter a .
- Estimer les ventes pour une température de 12 °C.
- Estimer les ventes pour une température de 30 °C, puis de 40 °C. Commenter.

Exercice 7 – Étude complète : révisions et résultats

Huit élèves indiquent leur temps de révision x (en heures) et leur note y (sur 20).

x	0	1	2	3	4	5	6	7
y	4	6	7	9	12	13	15	16

La calculatrice donne $a \approx 1,786$, $b = 4$ et $r \approx 0,994$.

- Calculer le point moyen et vérifier que la droite y passe.
- Interpréter les deux coefficients.
- Estimer la note d'un élève ayant révisé 4,5 heures.
- À partir de combien d'heures le modèle donne-t-il une note supérieure à 20 ? Conclure sur son domaine de validité.

Exercice 8 – Étude complète : pluie et fréquentation

Un parc de loisirs relève, pour cinq journées, la pluviométrie x (en mm) et sa fréquentation y (en centaines de visiteurs).

x	20	40	60	80	100
y	12	9	7	4	2

La calculatrice donne $a = -0,125$, $b = 14,3$ et $r \approx -0,998$.

- Calculer le point moyen et vérifier que la droite y passe.
- Interpréter le coefficient a .
- Estimer la fréquentation pour 70 mm de pluie.
- Le modèle prévoit-il une fréquentation nulle ? Pour quelle pluviométrie ? Est-ce réaliste ?

Exercice 9 – Comparer deux séries par leur corrélation

Deux études sont menées sur le même produit.

Étude 1 : lien entre le budget publicitaire et les ventes, $r \approx 0,96$.

Étude 2 : lien entre le nombre de vendeurs et les ventes, $r \approx 0,62$.

- a) Pour laquelle des deux études un ajustement affine est-il justifié ?
- b) Peut-on en conclure que la publicité est plus efficace que l'embauche de vendeurs ?
- c) Que faudrait-il pour établir laquelle des deux actions est la plus rentable ?

Exercice 10 – Retrouver des données à partir de résumés

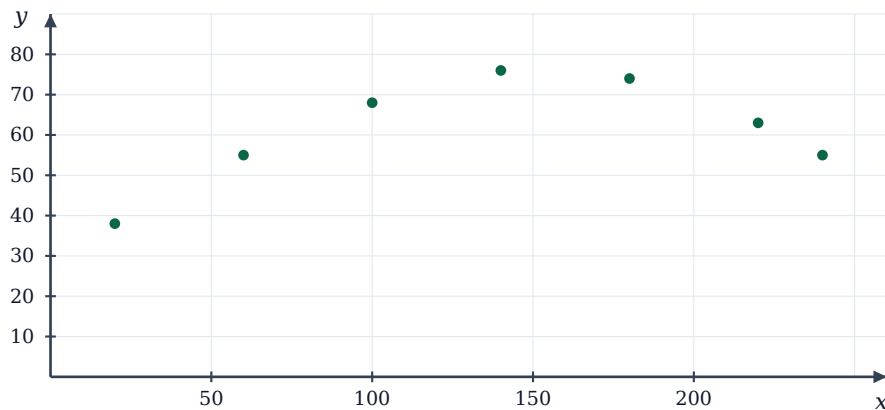
Une série de dix couples a pour point moyen $G(25; 140)$, et sa droite de régression a pour coefficient directeur $a = 4,6$.

- a) Déterminer l'ordonnée à l'origine b de la droite de régression.
- b) Donner l'équation de la droite, puis estimer y pour $x = 30$.
- c) La somme des x_i vaut-elle 250 ? Justifier.

Exercice 11 – Un nuage à deux tendances

Le nuage ci-dessous donne le rendement y (en quintaux par hectare) d'une culture en fonction de la quantité d'engrais x (en kg/ha).

- a) Décrire l'allure du nuage en une phrase.
- b) Un ajustement affine sur l'ensemble du nuage est-il pertinent ? Justifier.
- c) Que proposer à la place ?



Rendement (q/ha) en fonction de la quantité d'engrais (kg/ha).

Exercice 12 – Résidus et point mal ajusté

Une série de six couples est ajustée par la droite $y = 3x + 10$. Le tableau donne les valeurs observées.

x	1	2	3	4	5	6
y observé	13	15	20	22	32	28

- a) Calculer les six valeurs estimées, puis les six résidus.
- b) Quel point est le plus mal ajusté ? De combien ?
- c) Que faut-il en conclure : erreur de relevé, point aberrant, ou modèle inadapté ?

Exercice 13 – Deux variables, deux unités

Une série relie la masse x (en kg) d'un colis à son coût d'expédition y (en euros). L'ajustement donne

$$y = 1,35x + 4,20 \quad \text{pour } x \in [0,5 ; 20]$$

- Estimer le coût d'expédition d'un colis de 12 kg.
- Quelle masse peut-on expédier pour 20 € au maximum ?
- Le coût est-il proportionnel à la masse ? Calculer le coût par kilogramme pour un colis de 1 kg, puis de 20 kg.

Exercice 14 – Lire un tableau de résultats complet

Le tableau ci-dessous résume une étude sur 15 communes : x est le nombre d'habitants (en milliers), y le nombre de commerces.

Grandeur	n	$\bar{x}$	$\bar{y}$	a	r
Valeur	15	8,4	63	6,85	0,91

- Déterminer l'équation de la droite de régression.
- Commenter r et interpréter a .
- Estimer le nombre de commerces d'une commune de 12 milliers d'habitants, puis d'une commune de 500 milliers d'habitants. Commenter chaque estimation.

Exercice 15 – Synthèse finale : location de vélos en libre-service

Une ville suit le nombre de locations quotidiennes de vélos en libre-service, en milliers, depuis la mise en service du réseau.

Mois x	1	2	3	4	5	6	7	8
Locations y	2,1	2,6	3,2	3,6	4,3	4,8	5,2	5,9

- Calculer les coordonnées du point moyen G .
- Calculer les points moyens G_1 (quatre premiers mois) et G_2 (quatre derniers), puis l'équation de la droite de Mayer.
- La calculatrice donne, pour la droite de régression, $a \approx 0,537$, $b \approx 1,546$ et $r \approx 0,999$. Vérifier que cette droite passe par G et comparer les deux ajustements.
- Estimer le nombre de locations du dixième mois, puis du trentième. Préciser à chaque fois la nature de l'estimation.
- Le réseau compte 6 000 vélos, et un vélo ne peut être loué plus de 5 fois par jour. Jusqu'à quel mois le modèle reste-t-il physiquement possible ?