

Plaquette 1 - Définitions et vocabulaire

Suites numériques (introduction) — Première générale

Exercices

Méthode

Une suite range des nombres **dans un ordre**, et c'est cet ordre qui fait tout : chaque terme porte un **rang**, son numéro dans la liste. La difficulté du début de chapitre n'est pas calculatoire, elle est de **lecture** : ne pas confondre le rang n et le terme u_n , savoir que u_3 n'est pas forcément le troisième terme écrit, et distinguer « calculer un terme » (on donne n , on cherche u_n) de « chercher un rang » (on donne u_n , on cherche n). Cette plaquette installe la notation, le vocabulaire et ces deux questions inverses.

Exercice 1 - Lire un tableau de termes

Les six premiers termes d'une suite (u_n) définie à partir du rang 0 sont donnés par le tableau suivant.

Rang n	0	1	2	3	4	5
Terme u_n	5	8	11	14	17	20

- Donner u_0 et u_3 .
- Quel est le rang du terme égal à 17 ?
- Quel est le quatrième terme de la liste ?
- Que vaut $u_5 - u_4$?

Exercice 2 - Calculer quatre termes

Soit (u_n) la suite définie pour tout entier $n \geq 0$ par $u_n = 3n + 2$.

Calculer u_0 , u_1 , u_5 et u_{10} .

Exercice 3 - Vrai ou faux sur les rangs

Soit (u_n) définie pour $n \geq 0$ par $u_n = 4n - 1$. Dire si chaque affirmation est vraie ou fausse, en justifiant.

- $u_3 = 3$.
- Le terme de rang 0 vaut -1 .
- 4 est un terme de la suite.
- 19 est un terme de la suite.

Exercice 4 - Une suite qui commence au rang 1

On considère la suite (v_n) définie pour tout entier $n \geq 1$ par $v_n = \frac{100}{n}$.

- Donner le premier terme de la suite.
- Calculer v_4 et v_{10} .

- c) Pourquoi la suite n'est-elle pas définie au rang 0 ?
- d) Le nombre 8 est-il un terme de la suite ?

Exercice 5 - Chercher un rang

Soit (u_n) définie pour $n \geq 0$ par $u_n = n^2 + 1$.

- a) Résoudre $u_n = 50$.
- b) Le nombre 20 est-il un terme de la suite ?
- c) Quel est le plus petit rang n tel que $u_n > 100$?

Exercice 6 - Une suite qui s'annule

Soit (u_n) définie pour $n \geq 0$ par $u_n = n^2 - 5n + 6$.

- a) Calculer les cinq premiers termes.
- b) Pour quels rangs la suite s'annule-t-elle ?
- c) Un terme de la suite peut-il être négatif ?

Exercice 7 - Des termes en fractions

Soit (u_n) définie pour $n \geq 0$ par $u_n = \frac{n}{n+1}$.

- a) Calculer u_0 , u_1 , u_2 et u_5 .
- b) Montrer que tous les termes sont strictement inférieurs à 1.

Exercice 8 - Le motif d'allumettes

On construit une file de carrés accolés avec des allumettes : le premier carré demande 4 allumettes, et chaque carré suivant, collé au précédent, en demande 3 de plus.

On note a_n le nombre d'allumettes nécessaires pour une file de n carrés ($n \geq 1$).

- a) Calculer a_1 , a_2 et a_3 .
- b) Exprimer a_n en fonction de n .
- c) Combien d'allumettes pour 12 carrés ?
- d) Avec 61 allumettes, combien de carrés peut-on former exactement ?

Exercice 9 - Abonnés d'une salle de sport

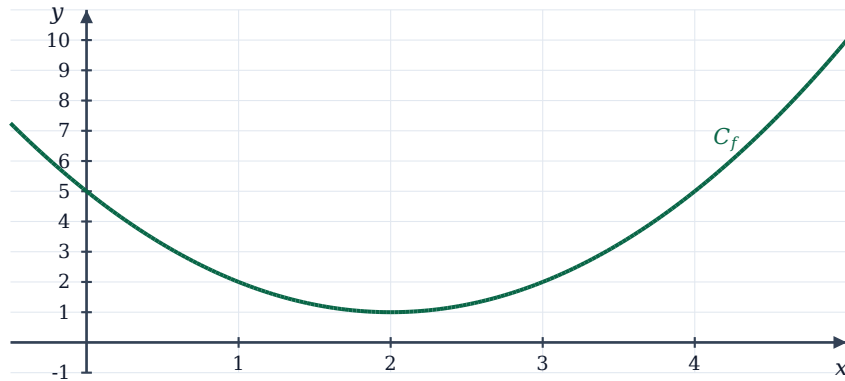
Une salle de sport compte 480 abonnés en janvier et en gagne 25 chaque mois. On note s_n le nombre d'abonnés n mois après janvier.

- a) Que représente s_0 ? Donner sa valeur.
- b) Calculer s_6 et interpréter.
- c) Exprimer s_n en fonction de n .
- d) À partir de quel mois la salle dépassera-t-elle 700 abonnés ?

Exercice 10 - Une suite venue d'une fonction

Soit f la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = x^2 - 4x + 5$, et (u_n) la suite définie par $u_n = f(n)$ pour $n \geq 0$.

- Calculer u_0, u_1, u_2, u_3 et u_4 .
- Placer les points de coordonnées $(n; u_n)$ pour n de 0 à 4 sur la figure.
- La suite prend-elle des valeurs inférieures à 1 ?



La courbe de f : les termes de la suite sont ses points d'abscisses entières.

Exercice 11 - Termes de signes alternés

Soit (u_n) définie pour $n \geq 0$ par $u_n = (-1)^n(n + 1)$.

- Calculer les cinq premiers termes.
- Que vaut u_9 ?
- Le nombre 7 est-il un terme de la suite ? Et -7 ?

Exercice 12 - Les nombres triangulaires

On empile des jetons en triangle : 1 jeton sur la première rangée, 2 sur la deuxième, 3 sur la troisième, et ainsi de suite. On note t_n le nombre total de jetons d'un triangle à n rangées ($n \geq 1$).

- Calculer t_1, t_2, t_3 et t_4 .
- On admet que $t_n = \frac{n(n+1)}{2}$. Vérifier la formule sur t_4 , puis calculer t_{10} .
- Expliquer pourquoi $t_n - t_{n-1} = n$ pour $n \geq 2$.

Exercice 13 - Retrouver la formule explicite

Dans chaque cas, les premiers termes d'une suite (u_n) définie à partir du rang 0 sont donnés. Proposer une formule explicite de u_n , puis la vérifier sur le terme suivant.

- 3 ; 7 ; 11 ; 15 ; ...
- 2 ; 5 ; 10 ; 17 ; ...
- $1 ; \frac{1}{2} ; \frac{1}{3} ; \frac{1}{4} ; \dots$

Exercice 14 – La croissance d’un plant

Un plant de tomate mesure 12 cm lorsqu’on le repique, et sa hauteur augmente de 2,5 cm par semaine. On note h_n sa hauteur, en centimètres, n semaines après le repiquage.

- Exprimer h_n en fonction de n .
- Quelle est sa hauteur au bout de 8 semaines ?
- Au bout de combien de semaines dépasse-t-il 40 cm ?
- Le modèle donne $h_{200} = 512$ cm. Qu’en penser ?

Exercice 15 – Trois suites à comparer

On définit pour $n \geq 0$: $u_n = 2n + 1$, $v_n = n^2$ et $w_n = 30 - 3n$.

- Recopier et compléter le tableau des quatre premiers termes de chaque suite.

n	0	1	2	3
u_n				
v_n				
w_n				

- À partir de quel rang a-t-on $v_n > u_n$?
- Pour quel rang la suite (w_n) s’annule-t-elle ? Que se passe-t-il après ?