

Plaquette 4 - Représentations graphiques

Suites numériques (introduction) — Première générale

Exercices

Méthode

Représenter une suite, c'est placer les points de coordonnées $(n; u_n)$: le rang en abscisse, le terme en ordonnée. Le résultat est un **nuage de points**, jamais une courbe continue — entre les rangs 2 et 3, il n'y a rien. Ce nuage se lit comme une photographie de la suite : on y voit d'un coup le sens de variation, la vitesse de l'évolution, un éventuel palier, et l'on y repère un seuil en traçant une droite horizontale. Cette plaquette fait les deux gestes : **tracer** à partir d'une formule, et **lire** un graphique donné pour retrouver les termes, conjecturer la variation, ou comparer deux suites.

Exercice 1 - Placer les premiers points

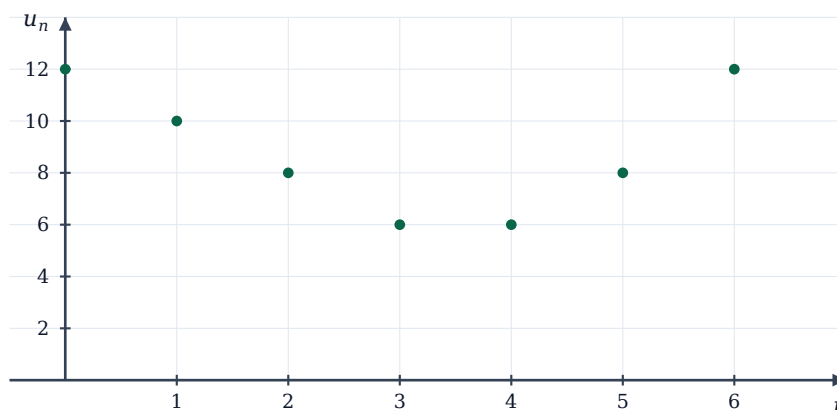
Soit (u_n) définie pour $n \geq 0$ par $u_n = 2n + 1$.

- Calculer u_0, u_1, u_2, u_3 et u_4 .
- Placer dans un repère les points de coordonnées $(n; u_n)$ pour n allant de 0 à 4.
- Que remarque-t-on sur ces points ?

Exercice 2 - Lire un nuage de points

La figure ci-dessous représente les sept premiers termes d'une suite (u_n) .

- Lire u_0, u_2 et u_5 .
- Quel est le rang du terme égal à 9 ?
- Décrire le sens de variation de la suite sur les rangs représentés.



Le nuage de points de la suite (u_n) pour n de 0 à 6.

Exercice 3 - Des points alignés

Sur un graphique, les points représentant une suite (u_n) sont alignés. On lit $u_0 = 5$ et $u_4 = 17$.

- Quelle est la nature de la suite ? Justifier.

b) Calculer sa raison.

c) Donner l'expression de u_n en fonction de n , puis l'équation de la droite qui porte les points.

Exercice 4 - Des points qui s'écartent

Soit (v_n) définie pour $n \geq 0$ par $v_n = 2 \times 1,5^n$.

a) Calculer v_0 , v_1 , v_2 , v_3 et v_4 , arrondis au centième si nécessaire.

b) Les points du nuage sont-ils alignés ? Justifier par un calcul d'écarts.

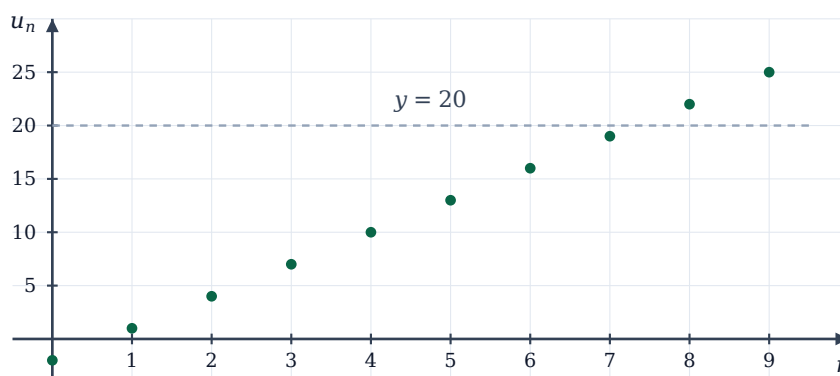
c) Décrire l'allure du nuage.

Exercice 5 - Franchir un seuil graphiquement

Le nuage ci-dessous représente la suite (u_n) définie par $u_n = 3n - 2$, ainsi que la droite d'équation $y = 20$.

a) Déterminer graphiquement le plus petit rang tel que $u_n > 20$.

b) Retrouver ce résultat par le calcul.



Les termes de la suite et le seuil $y = 20$.

Exercice 6 - Représenter une suite récurrente

Soit (u_n) définie par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = u_n + 3$ pour tout $n \geq 0$.

a) Calculer les six premiers termes.

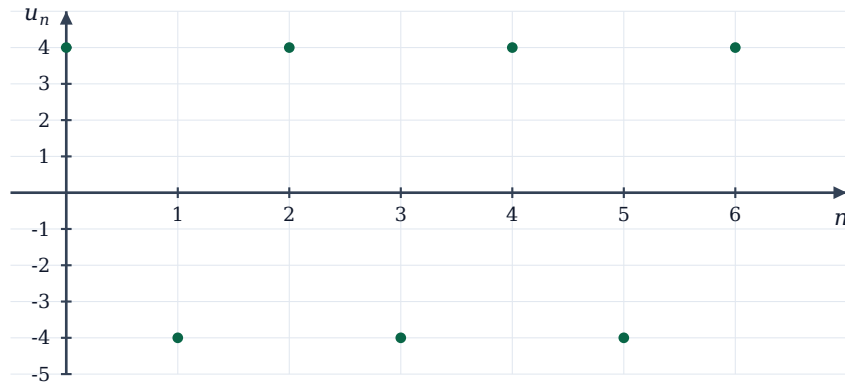
b) Représenter la suite par un nuage de points.

c) Sans calculer u_{20} , expliquer comment le graphique permet de prévoir sa valeur.

Exercice 7 - Un nuage en zigzag

La figure représente les premiers termes d'une suite (u_n) .

- Donner u_0 , u_1 , u_2 et u_3 .
- La suite est-elle monotone ? Justifier à l'aide de deux différences.
- Proposer une formule possible pour u_n .

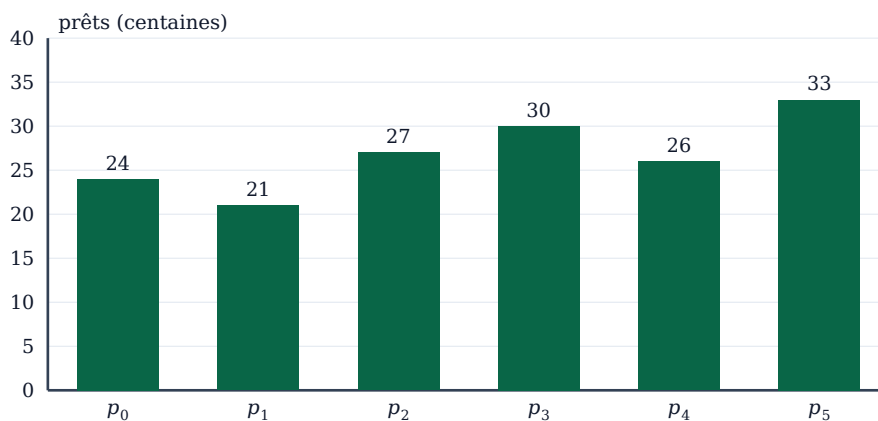


Un nuage qui alterne entre deux hauteurs.

Exercice 8 - Une suite en diagramme en barres

Une médiathèque compte ses prêts de BD, en centaines, au cours des six premiers mois de l'année. On note p_n le nombre de prêts du mois de rang n , avec $n = 0$ pour janvier.

- Lire p_0 , p_3 et p_5 sur le diagramme.
- Quel mois a connu le plus de prêts ? Le moins ?
- Calculer le taux d'évolution des prêts entre janvier et juin, arrondi au dixième de pourcent.



Les prêts mensuels de janvier (p_0) à juin (p_5).

Exercice 9 - Ce point appartient-il au nuage ?

Soit (u_n) définie pour $n \geq 0$ par $u_n = n^2 - 3n + 4$.

Les points suivants appartiennent-ils au nuage de la suite ? Justifier.

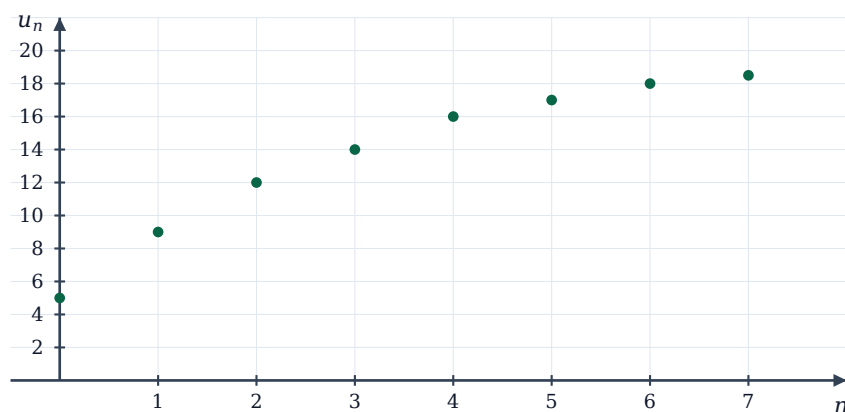
- $A(2; 2)$

- b) $B(4; 8)$
- c) $C(1,5; 1,75)$
- d) $D(5; 14)$

Exercice 10 - Un nuage qui se stabilise

La figure représente les huit premiers termes d'une suite (u_n) modélisant la température, en degrés Celsius, d'une boisson sortie du réfrigérateur, mesurée toutes les dix minutes.

- a) Lire la température initiale et la température au bout de 30 minutes.
- b) Décrire le sens de variation.
- c) Vers quelle température la boisson semble-t-elle se stabiliser ? Interpréter.



Température de la boisson, relevée toutes les dix minutes.

Exercice 11 - Une décroissance vers zéro

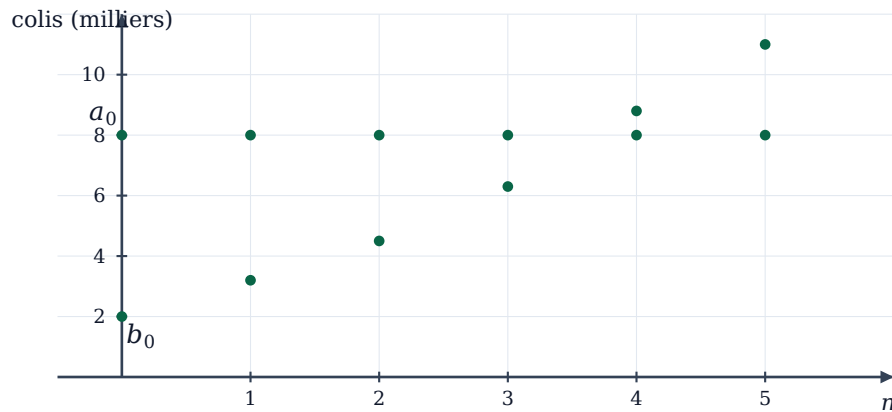
Soit (u_n) définie pour $n \geq 0$ par $u_n = 8 \times 0,5^n$.

- a) Calculer les cinq premiers termes.
- b) Représenter le nuage de points.
- c) Les points atteindront-ils l'axe des abscisses ?

Exercice 12 - Deux nuages à comparer

Deux entreprises de livraison mesurent leur nombre de colis quotidiens, en milliers, sur six jours. La figure donne les deux nuages : (a_n) pour l'entreprise A et (b_n) pour l'entreprise B.

- Quelle entreprise livre le plus de colis le premier jour ?
- À partir de quel rang l'entreprise B dépasse-t-elle l'entreprise A ?
- Décrire en une phrase l'évolution de chacune.

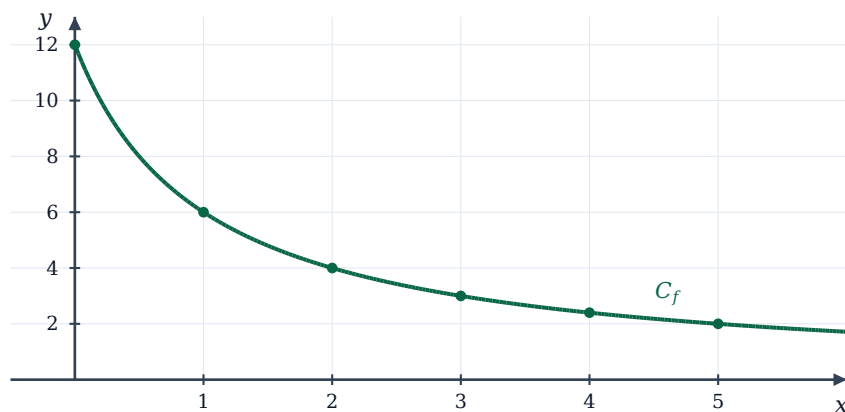


Entreprise A : nuage horizontal à la hauteur 8. Entreprise B : nuage croissant.

Exercice 13 - De la courbe aux termes

Soit f la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = \frac{12}{x+1}$, et (u_n) la suite définie par $u_n = f(n)$.

- Calculer u_0, u_1, u_2, u_3 et u_5 .
- Expliquer où se trouvent les points du nuage par rapport à la courbe de f .
- La fonction f est décroissante sur $[0; +\infty[$. Qu'en déduire pour la suite ?



La courbe de f et les points de la suite, aux abscisses entières.

Exercice 14 - Du graphique à la formule

Un nuage de points représente une suite (u_n) dont les points sont alignés. On lit $u_2 = 11$ et $u_6 = 3$.

- Calculer la raison de la suite.

- b) Déterminer u_0 , puis exprimer u_n en fonction de n .
- c) À partir de quel rang les termes deviennent-ils négatifs ?

Exercice 15 - Le graphique d'un remboursement

Marc rembourse un prêt de 4 800 € par mensualités fixes de 400 €. On note d_n la dette restante, en euros, après n mensualités.

- a) Calculer d_0 , d_1 et d_2 .
- b) Exprimer d_n en fonction de n , et préciser la nature de la suite.
- c) Représenter l'évolution de la dette, et en déduire graphiquement puis par le calcul le rang où la dette s'annule.
- d) Pourquoi la suite n'a-t-elle pas de sens au-delà de ce rang ?