

Plaquette 3 - Sens de variation

Suites numériques (introduction) — Première générale

Exercices

Méthode

Dire qu'une suite « monte » parce que ses quatre premiers termes montent n'est pas une démonstration : il faut comparer u_{n+1} et u_n **pour tout rang** n . Deux outils suffisent en première. La **différence** $u_{n+1} - u_n$: on l'étudie et on regarde son signe — c'est la méthode par défaut, valable partout. Le **quotient** $\frac{u_{n+1}}{u_n}$, comparé à 1 : réservé aux suites à termes **strictement positifs**, il est imbattable sur les suites géométriques. Cette plaquette entraîne le choix de l'outil, la rédaction, et le cas — fréquent — des suites qui ne sont ni croissantes ni décroissantes.

Exercice 1 - Lire un tableau de valeurs

Les premiers termes d'une suite (u_n) sont donnés ci-dessous.

n	0	1	2	3	4	5
u_n	12	9	7	6	5,5	5,25

- Calculer les différences $u_1 - u_0$, $u_2 - u_1$ et $u_3 - u_2$.
- Que peut-on dire du sens de variation de la suite sur les rangs affichés ?
- Peut-on affirmer que la suite est décroissante ?

Exercice 2 - Une suite affine croissante

Soit (u_n) définie pour $n \geq 0$ par $u_n = 4n - 7$.

Étudier le sens de variation de la suite.

Exercice 3 - Une suite affine décroissante

Soit (v_n) définie pour $n \geq 0$ par $v_n = 10 - 2n$.

- Étudier le sens de variation de (v_n) .
- À partir de quel rang les termes deviennent-ils négatifs ?

Exercice 4 - Le signe de la raison

Une suite (s_n) est définie par $s_0 = 50$ et $s_{n+1} = s_n - 4$ pour tout $n \geq 0$.

- Donner sans calcul le sens de variation de la suite, en justifiant.
- Exprimer s_n en fonction de n .
- Quel est le dernier terme positif ?

Exercice 5 - Une suite qui change de sens

Soit (u_n) définie pour $n \geq 0$ par $u_n = n^2 - 6n$.

- Calculer les sept premiers termes.
- Montrer que $u_{n+1} - u_n = 2n - 5$.
- En déduire le sens de variation de la suite et son plus petit terme.

Exercice 6 - Une différence qui dépend du rang

Soit (u_n) définie par $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = u_n + n$ pour tout $n \geq 0$.

- Calculer u_1 , u_2 , u_3 et u_4 .
- Étudier le sens de variation de la suite.
- La suite est-elle arithmétique ?

Exercice 7 - Une suite géométrique qui monte

Un loyer de 200 € augmente de 5 % chaque année. On note ℓ_n le loyer, en euros, au bout de n années, avec $\ell_n = 200 \times 1,05^n$.

- Calculer ℓ_1 , ℓ_2 et ℓ_3 .
- Étudier le sens de variation de la suite par la méthode du quotient.

Exercice 8 - Une suite géométrique qui descend

Soit (v_n) définie pour $n \geq 0$ par $v_n = 5\,000 \times 0,7^n$.

- Calculer v_1 , v_2 et v_3 .
- Démontrer que la suite est décroissante.
- Les termes peuvent-ils devenir négatifs ?

Exercice 9 - Quand la raison est négative

Soit (w_n) définie pour $n \geq 0$ par $w_n = 3 \times (-2)^n$.

- Calculer les cinq premiers termes.
- La suite est-elle croissante ? décroissante ?
- Peut-on ici utiliser la méthode du quotient ?

Exercice 10 - Une suite en fraction

Soit (u_n) définie pour $n \geq 0$ par $u_n = 1 + \frac{3}{n+1}$.

- Calculer u_0 , u_1 , u_2 et u_3 .
- Démontrer que la suite est décroissante.
- Les termes peuvent-ils descendre en dessous de 1 ?

Exercice 11 - Des termes qui oscillent

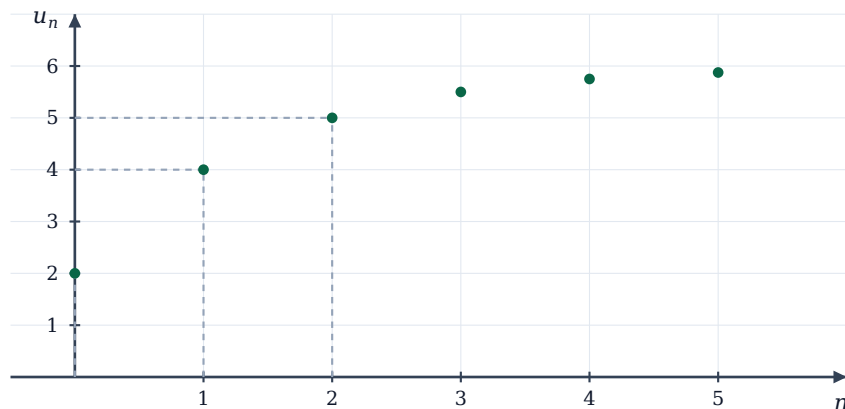
Soit (u_n) définie pour $n \geq 0$ par $u_n = 5 + (-1)^n$.

- Calculer les six premiers termes.
- Étudier le sens de variation de la suite.
- Entre quelles valeurs les termes restent-ils compris ?

Exercice 12 - Lire la variation sur un graphique

Les six premiers termes d'une suite (u_n) sont représentés par les points de la figure ci-dessous.

- Lire u_0 , u_1 et u_2 .
- Décrire le sens de variation de la suite sur les rangs affichés.
- Calculer les écarts $u_1 - u_0$, $u_2 - u_1$ et $u_3 - u_2$, puis conjecturer le comportement des termes suivants.



Les points $(n; u_n)$ pour n de 0 à 5 : 2 ; 4 ; 5 ; 5,5 ; 5,75 ; 5,875.

Exercice 13 - Abonnés en baisse

Un magazine compte 12 000 abonnés et en perd 4 % chaque mois. On note a_n le nombre d'abonnés au bout de n mois.

- Exprimer a_n en fonction de n .
- Justifier que la suite est décroissante.
- Au bout de combien de mois le magazine passe-t-il sous les 10 000 abonnés ?

Exercice 14 - Deux tarifs qui se croisent

Deux clubs proposent un abonnement annuel. Pour l'année n (avec $n = 0$ pour la première année) :

- club A : $A_n = 250 + 15n$ euros ;
- club B : $B_n = 400 + 5n$ euros.

- Étudier le sens de variation de chaque suite.
- Comparer A_n et B_n selon les valeurs de n .
- Quel club conseiller à une personne qui s'inscrit pour six ans ?

Exercice 15 - Choisir la bonne méthode

Étudier le sens de variation de chacune des suites suivantes, en précisant la méthode choisie et pourquoi.

a) $u_n = 7n - 3$ pour $n \geq 0$.

b) $v_n = 4 \times 0,85^n$ pour $n \geq 0$.

c) $w_n = n^2 - 10n + 3$ pour $n \geq 0$.