

Plaquette 5 - Synthèse : suites en contexte

Suites numériques (introduction) — Première générale

Exercices

Méthode

Un problème de suites en contexte se traite toujours dans le même ordre : **nommer** la suite et dire ce que vaut u_0 , **traduire** l'énoncé en relation de récurrence ou en formule explicite, **calculer** les premiers termes pour voir, puis **répondre à la question posée** — un seuil, une comparaison, une prévision — et enfin **interpréter** le résultat dans la situation, unité comprise. Cette plaquette rassemble les quatre thèmes du chapitre sur des situations complètes : hausses et baisses en pourcentage, modèles avec apport fixe, comparaison de deux modèles, lecture graphique et programmation.

Exercice 1 - Deux augmentations de salaire

Une entreprise propose deux évolutions possibles pour un salaire mensuel initial de 1 800 € :

- offre A : une augmentation de 2,5 % par an ;
- offre B : une augmentation de 60 € par an.

On note a_n et b_n les salaires, en euros, au bout de n années.

- Exprimer a_n et b_n en fonction de n , et préciser la nature de chaque suite.
- Comparer les deux salaires au bout de 5 ans.
- L'offre A finit-elle par dépasser l'offre B ?

Exercice 2 - La fréquentation d'un site

Un site web compte 1 200 visiteurs le premier mois. Chaque mois, il conserve 90 % de ses visiteurs et en gagne 300 nouveaux. On note u_n le nombre de visiteurs au bout de n mois.

- Écrire la relation de récurrence vérifiée par (u_n) .
- Calculer u_1 , u_2 et u_3 , arrondis à l'unité.
- Montrer que la valeur 3 000 est stable pour cette relation.
- Que peut-on en conclure sur l'évolution à long terme ?

Exercice 3 - La valeur d'une voiture

Une voiture achetée 18 000 € perd 18 % de sa valeur chaque année. On note v_n sa valeur, en euros, au bout de n années.

- Exprimer v_n en fonction de n .
- Calculer la valeur de la voiture au bout de 3 ans, arrondie à l'euro.
- Au bout de combien d'années la voiture vaut-elle moins de la moitié de son prix d'achat ?
- La perte annuelle en euros est-elle constante ?

Exercice 4 - La dose dans le sang

Un patient prend chaque matin 20 mg d'un médicament. Dans la journée, son organisme élimine 40 % de la quantité présente. On note q_n la quantité, en milligrammes, présente juste après la prise du matin du jour n , avec $q_0 = 20$.

- Justifier que $q_{n+1} = 0,6 q_n + 20$.
- Calculer q_1 , q_2 , q_3 et q_4 .
- Montrer que la quantité se stabilise et déterminer la valeur d'équilibre.
- Le seuil de toxicité est fixé à 55 mg. Le traitement est-il sûr ?

Exercice 5 - Une population de poissons

Un étang contient 800 poissons. Chaque année, la population augmente naturellement de 15 %, et le pisciculteur prélève 60 poissons. On note p_n le nombre de poissons au bout de n années.

- Écrire la relation de récurrence vérifiée par (p_n) .
- Calculer p_1 , p_2 et p_3 , arrondis à l'unité.
- Vérifier que si l'étang contenait 400 poissons, la population resterait constante.
- Que se passerait-il si l'étang ne contenait au départ que 300 poissons ?

Exercice 6 - Réduire ses déchets

Une commune produit 2 500 tonnes de déchets par an et vise une baisse de 3 % par an. On note d_n la masse de déchets, en tonnes, au bout de n années.

- Exprimer d_n en fonction de n .
- Justifier que la suite est décroissante.
- L'objectif est de descendre sous 2 000 tonnes. En combien d'années sera-t-il atteint ?

Exercice 7 - Un programme qui cherche un seuil

On reprend la suite des déchets de la commune, définie par $d_n = 2\,500 \times 0,97^n$, et l'on exécute le programme suivant.

```
d = 2500
n = 0
while d > 2000:
    d = 0.97 * d
    n = n + 1
print(n)
```

- Expliquer ce que fait la boucle.
- Quelle valeur le programme affiche-t-il ?
- Modifier une seule ligne pour que le programme cherche le rang à partir duquel les déchets passent sous 1 500 tonnes.

Exercice 8 - Deux placements à comparer

Camille dispose de 5 000 € et hésite entre deux placements sur 10 ans :

- placement 1 : intérêts de 3 % par an ;
- placement 2 : 170 € versés par la banque chaque année.

On note c_n et e_n les capitaux, en euros, au bout de n années.

- a) Exprimer c_n et e_n en fonction de n .
- b) Comparer les capitaux au bout de 10 ans, arrondis à l'euro.
- c) Quel placement conseiller ?

Exercice 9 - Des carrés de plus en plus petits

On construit une suite de carrés : le premier a pour côté 10 cm, et le côté de chaque carré suivant vaut 90 % de celui du précédent. On note c_n le côté du carré de rang n et A_n son aire.

- a) Exprimer c_n en fonction de n .
- b) Montrer que $A_n = 100 \times 0,81^n$.
- c) Calculer A_0 , A_1 et A_2 .
- d) De quel pourcentage l'aire diminue-t-elle à chaque étape ?

Exercice 10 - Les nénuphars de l'étang

Des nénuphars recouvrent un étang : chaque jour, la surface couverte **double**. Au bout de 30 jours, l'étang est entièrement recouvert. On note s_n la surface couverte au jour n , en unités de surface, avec $s_0 = 1$.

- a) Exprimer s_n en fonction de n .
- b) Quel jour la moitié de l'étang était-elle couverte ?
- c) Calculer s_{10} et le comparer à s_{30} .

Exercice 11 - Reconnaître la suite d'un tableur

Une colonne de tableur affiche les valeurs suivantes : 4 000 ; 4 200 ; 4 410 ; 4 630,5 ; 4 862,03.

- a) La suite est-elle arithmétique ? géométrique ? Justifier par un calcul.
- b) Donner la formule explicite.
- c) Quelle formule a-t-on pu saisir dans la deuxième cellule avant recopie vers le bas, sachant que la première valeur est en B2 ?

Exercice 12 - Le forfait de la salle de escalade

Une salle d'escalade propose une carte d'abonné à 80 € puis 6 € la séance. Un client sans carte paie 14 € la séance. On note c_n la dépense totale, en euros, d'un abonné après n séances, et s_n celle d'un client sans carte.

- a) Exprimer c_n et s_n en fonction de n .
- b) Étudier le sens de variation de chaque suite.

c) À partir de combien de séances la carte devient-elle rentable ?

Exercice 13 - Le chauffage de la salle des fêtes

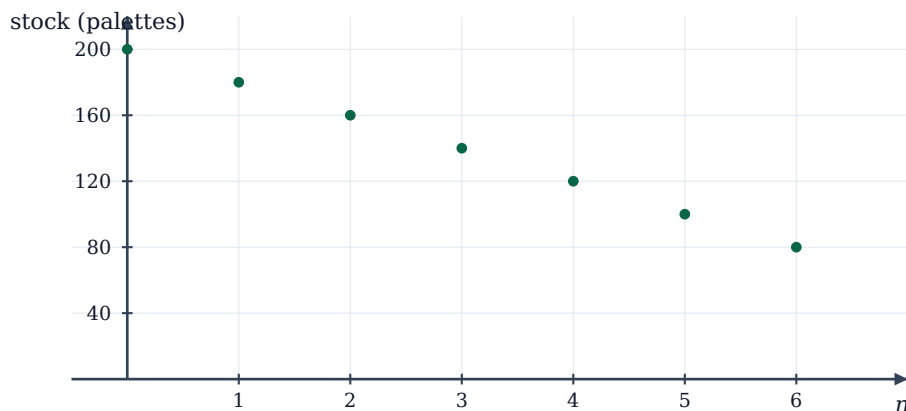
Une salle est chauffée : sa température augmente de $1,5\text{ }^{\circ}\text{C}$ par heure à partir de $8\text{ }^{\circ}\text{C}$. On note t_n la température, en degrés Celsius, au bout de n heures.

- Exprimer t_n en fonction de n et préciser la nature de la suite.
- Au bout de combien d'heures la salle atteint-elle $19\text{ }^{\circ}\text{C}$?
- La consommation coûte $2,40\text{ €}$ par heure. Quel est le coût du chauffage jusqu'à cette température ?
- Le modèle est-il valable au bout de 24 heures ?

Exercice 14 - Lire l'évolution d'un stock

Le graphique donne le stock d'un entrepôt, en palettes, relevé chaque semaine.

- Lire le stock initial et le stock au bout de 4 semaines.
- Décrire l'évolution du stock.
- Calculer le taux d'évolution du stock entre la semaine 0 et la semaine 6, arrondi au dixième de pourcent.
- Si l'évolution observée entre les semaines 4 et 6 se poursuivait, le stock serait-il épuisé à la semaine 10 ?



Stock hebdomadaire de l'entrepôt, de la semaine 0 à la semaine 6.

Exercice 15 - L'espace de coworking

Un espace de coworking ouvre avec 150 abonnés. Chaque mois, 12% des abonnés résilient et 30 nouveaux s'inscrivent. On note a_n le nombre d'abonnés au bout de n mois.

- Écrire la relation de récurrence vérifiée par (a_n) .
- Calculer a_1 , a_2 et a_3 , arrondis à l'unité.
- Déterminer la valeur d'équilibre de cette relation.
- Le gérant affirme : « au rythme actuel, j'aurai 400 abonnés dans deux ans ». Qu'en penser ?