Plaquette 3 – Boucles non bornées, seuils et terminaison

Algorithmique et Python — Première spé maths

Exercices

Méthode

On écrit des boucles **while** pour atteindre un **seuil**, on justifie la **terminaison**, et on compare le coût d'une boucle à celui d'un calcul direct par logarithme.

Exercice 1 – Boucle de seuil croissante

Que renvoie ce script ?

```
u = 1.0
n = 0
while u < 100:
    u = 2 * u
    n = n + 1
print(n)
```

Exercice 2 – Boucle de seuil décroissante

Écrire un script donnant le premier rang tel que $0{,}95^n < 0{,}01$, puis le calculer.

Exercice 3 – Terminaison en défaut

Ce script se termine-t-il ?

```
u = 0.0
n = 0
while u < 5:
    u = 0.5 * u + 2
    n = n + 1
print(n)
```

Exercice 4 – Seuil sur une suite arithmétique

Écrire un script donnant le premier rang tel que $u_n > 1000$ pour $u_0 = 5$ et $r = 17$, puis comparer boucle et calcul direct.

Exercice 5 – Deux seuils successifs

Un capital de 5000 € placé à 4 % par an. Écrire un script donnant l'année où il dépasse 10 000 € puis 20 000 €.

Exercice 6 – Suite de Syracuse

Écrire un script comptant les étapes pour atteindre 1 par la règle : $u/2$ si pair, $3u + 1$ sinon. Tester avec $u_0 = 6$ et $u_0 = 7$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 7 – Somme jusqu'à un seuil

Écrire un script trouvant le plus petit n tel que $1 + 2 + \cdots + n > 500$.

Exercice 8 – Dichotomie

Écrire un script résolvant $x^3 = 5$ par dichotomie sur $[1\,;2]$ à 10^{-3} près, puis donner le nombre d'étapes.

Exercice 9 – Recherche d'un diviseur

Écrire une fonction renvoyant le plus petit diviseur d'un entier $n \geq 2$ supérieur à 1, puis l'appliquer à 91 et 97.

Exercice 10 – Seuil sur une suite récurrente

Soit $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \sqrt{u_n + 2}$. Écrire un script trouvant le premier rang tel que $u_n > 1{,}99$, et justifier la terminaison.

Exercice 11 – Compteur de chiffres

Écrire une fonction comptant le nombre de chiffres d'un entier positif, sans convertir en chaîne. Tester sur 7, 1000 et 123 456.

Exercice 12 – Comparer deux suites par boucle

Pour $n = 2$, on a $2^n = 4 \leq n^3 = 8$. Écrire un script trouvant le premier rang $n \geq 2$ où 2^n dépasse n^3.

Exercice 13 – Approximation par sommation

Écrire un script sommant $\dfrac{1}{k^2}$ jusqu'à ce que la somme dépasse 1,6, puis commenter.

Exercice 14 – Boucle avec double condition

Écrire un script trouvant le premier entier n tel que n soit multiple de 7 **et** que $n^2 > 5000$.

Exercice 15 – Convergence d'un algorithme

Ce script approche $\sqrt{2}$. Combien de tours effectue-t-il ?

```
x = 1.0
```

```
n = 0
while abs(x*x - 2) > 1e-10:
    x = x/2 + 1/x
    n = n + 1
print(n, x)
```

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 16 – Synthèse : modèle de population

Une population de 12 000 individus diminue de 4 % par an, avec un apport de 300 nouveaux individus.

a) Écrire un script donnant la population après n années.

b) Déterminer la limite.

c) Écrire un script donnant la première année où la population passe sous 9000, et justifier sa terminaison.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).