Plaquette 1 – Suites, seuils, sommes et simulations

Algorithmique et Python — Première spé maths

Exercices

Méthode

Les quatre algorithmes attendus en Première : calculer un **terme** de suite, chercher un **seuil**, accumuler une **somme**, et **simuler** une expérience aléatoire. On lit d'abord des programmes pour prévoir leur sortie, puis on les écrit.

Exercice 1 – Prévoir la sortie d'une boucle

Qu'affiche ce programme ?

```
u = 5
for i in range(4):
    u = 2 * u - 3
print(u)
```

Exercice 2 – Fonction qui calcule un terme

Écrire une fonction *terme(n)* qui renvoie u_n pour la suite définie par $u_0 = 200$ et $u_{n+1} = 0{,}9\,u_n + 15$. Calculer u_3 à la main pour vérifier.

Exercice 3 – Algorithme de seuil

Une population de 8 000 bactéries croît de 12 % par heure. Écrire une fonction *seuil()* qui renvoie le nombre d'heures au bout duquel la population dépasse 20 000, puis donner ce nombre.

Exercice 4 – Somme des termes d'une suite

Écrire une fonction *somme(n)* qui renvoie $u_0 + u_1 + \cdots + u_n$ pour la suite arithmétique $u_k = 3 + 5k$. Vérifier *somme(20)* par la formule du cours.

Exercice 5 – Somme géométrique

Écrire une fonction *sommeGeo(n)* qui renvoie $1 + q + q^2 + \cdots + q^n$ pour $q = 0{,}8$, puis comparer *sommeGeo(10)* à la valeur donnée par la formule du cours.

Exercice 6 – Balayage pour approcher une solution

Soit $f(x) = x^3 + x - 5$. On sait que l'équation $f(x) = 0$ a une solution entre 1 et 2. Compléter ce programme de balayage au pas de 0,01 et donner son résultat.

```
def f(x):
    return x**3 + x - 5

def balayage():
    x = 1
    while f(x) < ...:
        x = x + 0.01
```

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

```
    return x
```

Exercice 7 – Liste de termes

Écrire une fonction *liste(n)* qui renvoie la liste des $n+1$ premiers termes de la suite $v_0 = 1$, $v_{n+1} = 3v_n - 1$. Donner *liste(4)*.

Exercice 8 – Simuler une loi binomiale

On veut estimer $P(X \geq 1)$ où X compte les pièces défectueuses parmi 25, avec une probabilité de défaut de 0,04. Compléter le programme et comparer à la valeur exacte $1 - 0{,}96^{25}$.

```
from random import random

def simulation(N):
    succes = 0
    for essai in range(N):
        defauts = 0
        for piece in range(25):
            if random() < ...:
                defauts = defauts + 1
        if defauts >= 1:
            succes = succes + 1
    return succes / N
```

Exercice 9 – Compter dans une liste

Écrire une fonction *moyenne(L)* qui renvoie la moyenne des éléments d'une liste non vide, sans utiliser *sum*. Tester avec *L = [12, 15, 9, 18, 11]*.

Exercice 10 – Deux suites, un rattrapage

Deux abonnements évoluent ainsi : le premier coûte $u_0 = 300$ € et augmente de 20 € par an ; le second coûte $v_0 = 180$ € et augmente de 6 % par an.

Écrire une fonction *rattrapage()* qui renvoie la première année où le second abonnement devient plus cher que le premier, puis donner cette année.

Exercice 11 – Terme d'une suite géométrique

Une épargne de 500 € rapporte 3 % par an. On note u_n le capital après n années.

a) Écrire une fonction *capital(n)* qui calcule u_n par une boucle.

b) Comparer *capital(10)* avec la formule explicite du cours.

Exercice 12 – Suivre une boucle while

Qu'affiche ce programme ? Que représente la valeur de n obtenue ?

```
n = 0
s = 0
while s < 20:
    n = n + 1
```

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

```
    s = s + n
print(n, s)
```

Exercice 13 – Taux d’accroissement et nombre dérivé

Soit $f(x) = x^2$.

a) Écrire une fonction *taux(a, h)* qui renvoie le taux d’accroissement $\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}$.

b) Calculer *taux(3, h)* pour $h = 0{,}1$, $h = 0{,}01$ et $h = 0{,}001$. Vers quoi semble tendre ce taux ?

Exercice 14 – Simuler deux dés

Écrire une fonction *frequence(N)* qui simule N lancers de deux dés équilibrés et renvoie la fréquence des lancers dont la somme vaut au moins 10. Quelle valeur attend-on pour N grand ?

Exercice 15 – Synthèse : corriger un programme

Ce programme doit renvoyer le plus petit entier n tel que $2^n > 1\,000$. Il ne fonctionne pas. Trouver les deux erreurs et donner la version corrigée ainsi que le résultat.

```
def seuil():
    p = 1
    n = 0
    while p > 1000:
        p = p * 2
    return p
```

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).