

Plaquette 4 - Études de fonctions rationnelles et irrationnelles

Dérivation et étude des fonctions — Première spé maths

Exercices

Méthode

On mène une étude complète de fonctions **quotients** ou comportant une **racine** : domaine, dérivée simplifiée, signe, tableau, limites aux bornes et asymptotes.

Exercice 1 - Domaine et dérivée d'un quotient

Soit $f(x) = \frac{x+3}{x^2-4}$. Déterminer le domaine, la dérivée, et les asymptotes verticales.

Exercice 2 - Asymptote oblique

Soit $f(x) = \frac{x^2+x+1}{x}$ sur $]0; +\infty[$. Déterminer l'asymptote oblique et la position relative.

Exercice 3 - Étude avec racine

Soit $f(x) = \sqrt{x^2-4}$. Déterminer le domaine, les variations, et les asymptotes obliques.

Exercice 4 - Quotient avec minimum

Étudier $f(x) = \frac{x^2+4}{x}$ sur $]0; +\infty[$ et déterminer son minimum.

Exercice 5 - Fonction homographique complète

Étudier $f(x) = \frac{3x-6}{x+2}$: domaine, dérivée, asymptotes, et tracé des points remarquables.

Exercice 6 - Racine et maximum

Étudier $f(x) = x\sqrt{9-x^2}$ sur $[-3; 3]$ et déterminer ses extremums.

Exercice 7 - Deux asymptotes verticales

Étudier les variations de $f(x) = \frac{1}{x^2-1}$ sur son domaine.

Exercice 8 - Quotient de degrés 2 sur 1

Soit $f(x) = \frac{x^2-3x+4}{x-1}$. Déterminer l'asymptote oblique et les extremums.

Exercice 9 - Fonction avec racine au dénominateur

Étudier $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$ sur $\mathbb{R}$.

Exercice 10 - Étude et résolution d'équation

Soit $f(x) = \frac{2x^2}{x^2 + 3}$. Étudier f et résoudre $f(x) = 1$.

Exercice 11 - Racine d'un trinôme

Étudier $f(x) = \sqrt{-x^2 + 4x}$: domaine, variations, allure de la courbe.

Exercice 12 - Comparaison de deux quotients

Comparer $f(x) = \frac{x}{x+1}$ et $g(x) = \frac{x+1}{x+2}$ sur $]0; +\infty[$.

Exercice 13 - Étude d'une fonction avec paramètre

Soit $f_a(x) = \frac{x}{x^2 + a}$ avec $a > 0$. Déterminer le maximum de f_a sur $]0; +\infty[$ en fonction de a .

Exercice 14 - Somme d'une fonction et de son inverse

Étudier $f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + 1}$ sur $\mathbb{R}$ et donner son image.

Exercice 15 - Racine et asymptote

Étudier $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 2}$ et déterminer ses asymptotes obliques.

Exercice 16 - Synthèse : étude complète

Soit $f(x) = \frac{x^2 + 2}{x - 2}$ sur $]2; +\infty[$.

- Déterminer l'asymptote oblique et la position relative.
- Étudier les variations et déterminer le minimum.
- Résoudre $f(x) = 8$.