

Plaquette 3 - Tangentes, approximations affines et positions relatives

Dérivation et étude des fonctions — Première spé maths

Exercices

Méthode

On écrit l'**équation de la tangente**, on s'en sert pour **approcher** localement la fonction, et l'on étudie la **position relative** de la courbe et de sa tangente par le signe d'une différence.

Exercice 1 - Équation de tangente

Déterminer la tangente à la courbe de $f(x) = x^2 - 4x + 1$ au point d'abscisse 3.

Exercice 2 - Approximation affine

Utiliser l'approximation affine pour estimer $\sqrt{16,3}$ et $\frac{1}{2,02}$, puis évaluer les erreurs.

Exercice 3 - Tangente horizontale

Déterminer les tangentes horizontales à la courbe de $f(x) = x^4 - 8x^2 + 3$.

Exercice 4 - Tangente parallèle à une droite

Déterminer les points de la courbe de $f(x) = x^3 - 3x$ où la tangente est parallèle à $y = 9x + 2$.

Exercice 5 - Point d'inflexion

Soit $f(x) = x^3 - 6x^2 + 5$. Déterminer le point d'inflexion et montrer que la tangente y traverse la courbe.

Exercice 6 - Tangente passant par l'origine

Déterminer les tangentes à la courbe de $f(x) = x^2 + 2x + 4$ passant par l'origine.

Exercice 7 - Convexité

Étudier la convexité de $f(x) = x^4 - 6x^2 + 2$ et déterminer ses points d'inflexion.

Exercice 8 - Approximation d'un calcul

Estimer $2,98^3$ par approximation affine, puis comparer à la valeur exacte.

Exercice 9 - Position relative de deux courbes

Étudier la position relative des courbes de $f(x) = x^3$ et $g(x) = 4x - 3$.

Exercice 10 - Tangente à une hyperbole

Déterminer la tangente à la courbe de $f(x) = \frac{2}{x}$ au point d'abscisse -1 , puis la position relative.

Exercice 11 - Deux tangentes en un même point

Les courbes de $f(x) = x^2$ et $g(x) = -x^2 + 4x - 2$ ont-elles une tangente commune en un point commun ?

Exercice 12 - Erreur d'approximation

Pour $f(x) = x^2$, comparer $f(a + h)$ et son approximation affine, et exprimer l'erreur exactement.

Exercice 13 - Tangente et asymptote

Soit $f(x) = x + \frac{1}{x}$ sur $]0; +\infty[$. Déterminer la tangente en $x = 1$ et comparer à l'asymptote $y = x$.

Exercice 14 - Recherche d'un point de contact

Pour quelle valeur de k la droite $y = 4x + k$ est-elle tangente à la courbe de $f(x) = x^2 + 2$? Préciser le point de contact.

Exercice 15 - Convexité et inégalité

En utilisant la tangente en $x = 0$, montrer que $\sqrt{1+x} \leq 1 + \frac{x}{2}$ pour $x \geq -1$.

Exercice 16 - Synthèse : étude locale et globale

Soit $f(x) = \frac{x^2 - 2x}{x + 1}$ sur $] -1; +\infty[$.

- Calculer $f'(x)$ et dresser le tableau de variations.
- Déterminer la tangente au point d'abscisse 0.
- Étudier la position relative de la courbe et de cette tangente.