

Plaquette 2 - Calcul de dérivées

Dérivation locale — Première spé maths

Exercices

Méthode

On quitte la limite : les **formules du cours** donnent la fonction dérivée en quelques secondes. On s'entraîne sur les fonctions de référence, les polynômes, l'inverse et la racine, puis on exploite f pour trouver une tangente horizontale ou un sens de variation.

Exercice 1 - Les formules de référence

Donner la dérivée de chacune des fonctions suivantes, en précisant l'ensemble sur lequel elle est dérivable.

- a) $f(x) = x^4$
- b) $g(x) = \frac{1}{x}$
- c) $h(x) = \sqrt{x}$
- d) $k(x) = -7$

Exercice 2 - Dériver un trinôme

Déterminer la dérivée de $f(x) = 3x^2 - 5x + 4$, puis calculer $f'(2)$.

Exercice 3 - Un polynôme de degré 3

Soit $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$. Calculer $f'(x)$, puis résoudre $f'(x) = 0$.

Exercice 4 - Avec un coefficient négatif

Déterminer la dérivée de $g(x) = -2x^3 + x^2 - 7$.

Exercice 5 - Des coefficients fractionnaires

Déterminer la dérivée de $f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 2x - 5$.

Exercice 6 - Une somme avec un inverse

Soit $f(x) = x + \frac{1}{x}$, définie sur $]0; +\infty[$.

- a) Calculer $f'(x)$.
- b) Résoudre $f'(x) = 0$ sur cet intervalle.

Exercice 7 - Une somme avec une racine

Soit $g(x) = \sqrt{x} + 3x$, définie sur $[0; +\infty[$.

Calculer $g'(x)$ et en déduire le sens de variation de g sur $]0; +\infty[$.

Exercice 8 - Développer avant de dériver

Soit $f(x) = (2x - 1)(x + 3)$. Déterminer $f'(x)$ après avoir développé l'expression.

Exercice 9 - Simplifier un quotient avant de dériver

Soit $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x}$, définie sur $]0; +\infty[$. Calculer $f'(x)$ en simplifiant d'abord l'expression.

Exercice 10 - Calculer une pente précise

Soit $f(x) = x^3 - 4x$. Calculer $f(2)$ et $f(-2)$, puis comparer.

Exercice 11 - Où la tangente est-elle horizontale ?

Déterminer les abscisses des points où la courbe de $f(x) = x^3 - 3x$ admet une tangente horizontale, et donner les ordonnées correspondantes.

Exercice 12 - Le signe de la dérivée

Soit $f(x) = x^2 - 6x + 5$. Étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire le sens de variation de f .

Exercice 13 - Retrouver un coefficient

Soit $f(x) = ax^2 + 3x$, où a est un réel. Déterminer a pour que $f(1) = 5$.

Exercice 14 - Deux méthodes, un seul résultat

Soit $f(x) = (x - 1)^2$. Calculer $f'(x)$ de deux façons : en développant, puis en utilisant la formule $(u^2)' = 2u'u$.

Exercice 15 - Le coût marginal de l'atelier

Le coût total de production de q objets, en euros, est $C(q) = 0,01q^3 - 0,6q^2 + 13q$, pour $0 \leq q \leq 50$.

- Calculer le coût marginal $C'(q)$.
- Calculer $C'(20)$ et interpréter.
- Pour quelle production le coût marginal est-il minimal ?

Exercice 16 - Synthèse : dériver puis conclure

Soit $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 4$.

- Calculer $f'(x)$ et la factoriser.
- Étudier le signe de $f'(x)$.
- En déduire les extremums locaux de f .