

Plaquette 5 - Opérations sur les dérivées :
produit, quotient et composée simple
Dérivation locale — Première spé maths
Exercices

Méthode

On applique les **formules d'opérations** (somme, produit, quotient, u^n , $\sqrt{u}$), en **identifiant** d'abord u et v , puis on simplifie et on étudie le **signe** de la dérivée.

Exercice 1 - Dérivée d'un produit

Calculer la dérivée de $f(x) = (2x + 1)(x^2 - 3)$, de deux façons.

Exercice 2 - Dérivée d'un quotient

Calculer la dérivée de $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$ sur son domaine.

Exercice 3 - Puissance d'une fonction

Calculer la dérivée de $f(x) = (3x^2 - 1)^4$.

Exercice 4 - Racine d'une fonction

Calculer la dérivée de $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$ et déterminer son signe.

Exercice 5 - Produit de deux facteurs complexes

Calculer la dérivée de $f(x) = x^2\sqrt{x}$ pour $x > 0$, de deux façons.

Exercice 6 - Quotient avec numérateur du second degré

Étudier le signe de la dérivée de $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$ sur son domaine.

Exercice 7 - Dérivée de $u(ax+b)$

Calculer la dérivée de $f(x) = \sqrt{2x+3}$ puis de $g(x) = \frac{1}{(3x-1)^2}$.

Exercice 8 - Tangente à une fonction quotient

Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$ au point d'abscisse 1.

Exercice 9 - Deux facteurs à dériver

Calculer la dérivée de $f(x) = (x - 1)\sqrt{x}$ pour $x > 0$ et déterminer le minimum de f .

Exercice 10 - Résoudre $f'(x) = 0$

Soit $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x}$ pour $x \neq 0$. Résoudre $f'(x) = 0$ et dresser le tableau de variations.

Exercice 11 - Fonction homographique

Montrer que la dérivée de $f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$ (avec $c \neq 0$) garde un signe constant, et préciser lequel.

Exercice 12 - Optimisation d'un volume

Une boîte a pour volume $V(x) = x(10 - 2x)^2$ pour $x \in]0 ; 5[$. Déterminer le maximum de V .

Exercice 13 - Dérivée d'un produit de trois facteurs

Calculer la dérivée de $f(x) = x(x - 1)(x - 2)$, puis vérifier par développement.

Exercice 14 - Signe d'une dérivée avec racine

Étudier les variations de $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x + 1}$ sur $]0 ; +\infty[$.

Exercice 15 - Recherche d'un coefficient

Déterminer a pour que la courbe de $f(x) = \frac{x^2 + a}{x}$ admette un extremum en $x = 3$.

Exercice 16 - Synthèse : étude d'une fonction quotient

Soit $f(x) = \frac{x^2 - 3x}{x - 1}$ sur $]1 ; +\infty[$.

- Calculer $f'(x)$.
- Dresser le tableau de variations.
- Déterminer l'équation de la tangente au point d'abscisse 2.