

Plaquette 3 - Prise de décision et intervalles de confiance

Échantillonnage — Première spé maths

Exercices

Méthode

On mène une **prise de décision** complète (hypothèse, intervalle, conclusion, risque), puis on **estime** une proportion inconnue par un intervalle de confiance, en distinguant bien les deux démarches.

Exercice 1 - Décision sur une pièce

Une pièce lancée 250 fois donne 140 fois pile. Est-elle équilibrée ?

Exercice 2 - Intervalle de confiance simple

Sur un échantillon de 400 pièces, 32 sont défectueuses. Estimer la proportion de défectueuses dans la production.

Exercice 3 - Comparaison des deux intervalles

Pour $n = 100$ et une fréquence observée $f = 0,5$, comparer les deux versions de l'intervalle de confiance.

Exercice 4 - Risque de seconde espèce

Une pièce a en réalité $p = 0,55$. On la teste sur 100 lancers avec l'hypothèse $p = 0,5$. Quelle est la probabilité de **ne pas** détecter le biais ?

Exercice 5 - Dimensionner une étude

On veut estimer une proportion à ± 2 points près au niveau 95 %. Combien de personnes interroger ? Et pour ± 1 point ?

Exercice 6 - Décision sur une proportion annoncée

Un fabricant annonce 80 % de clients satisfaits. Un test sur 150 clients donne 108 satisfaits. L'annonce est-elle crédible ?

Exercice 7 - Effet de la taille sur la décision

Une fréquence observée de 0,56 conduit-elle à rejeter $p = 0,5$ pour $n = 100$, $n = 400$ et $n = 1000$?

Exercice 8 - Lecture critique d'un sondage

Un article annonce : « 52 % des Français approuvent, sondage réalisé auprès de 600 personnes ». Que peut-on affirmer ?

Exercice 9 - Deux sondages successifs

Un premier sondage sur 500 personnes donne 44 %, un second sur 500 personnes donne 48 %. Y a-t-il une évolution réelle ?

Exercice 10 - Contrôle de réception

Un lot est accepté si la fréquence de pièces défectueuses sur 250 prélèvements est compatible avec $p = 0,02$. Déterminer la zone d'acceptation.

Exercice 11 - Estimation avec précision imposée

On veut estimer la proportion de gauchers dans une population, sachant qu'elle est voisine de 10 %, avec une précision de ± 1 point. Quelle taille d'échantillon ?

Exercice 12 - Test unilatéral

Un laboratoire affirme que son traitement guérit **plus** de 60 % des patients. Sur 200 patients, 132 guérissent. L'affirmation est-elle étayée ?

Exercice 13 - Interprétation d'un intervalle

Un intervalle de confiance à 95 % pour une proportion est $[0,42 ; 0,50]$. Parmi ces affirmations, lesquelles sont correctes ?

- a) La proportion vaut 0,46.
- b) Il y a 95 % de chances que la proportion soit dans cet intervalle.
- c) On ne peut pas affirmer que la proportion est inférieure à 0,5.
- d) La fréquence observée valait 0,46.

Exercice 14 - Échantillon biaisé

Pour estimer la proportion de fumeurs dans une ville, on interroge les clients d'un bureau de tabac. Quel est le problème, et l'intervalle de confiance est-il valide ?

Exercice 15 - Deux méthodes de décision

Sur 300 tirages, on observe $f = 0,56$. Tester l'hypothèse $p = 0,5$ par l'intervalle de fluctuation, puis par l'intervalle de confiance. Les conclusions concordent-elles ?

Exercice 16 - Synthèse : campagne de vaccination

Une campagne vise 75 % de couverture vaccinale. Un contrôle sur 800 personnes trouve 576 vaccinées.

- a) Tester l'hypothèse $p = 0,75$.
- b) Donner un intervalle de confiance pour la couverture réelle.
- c) Quelle taille d'échantillon pour trancher entre 70 % et 75 % ?