

Plaquette 2 - Équations et inéquations avec l'exponentielle

Fonction exponentielle — Première spé maths

Exercices

Méthode

La fonction exponentielle est **strictement croissante** et **strictement positive** : deux exponentielles sont égales si et seulement si leurs exposants le sont, et elles sont rangées dans le même ordre que leurs exposants. On ramène donc chaque équation ou inéquation à une comparaison d'exposants, après avoir écrit chaque membre sous la forme $e^{\dots}$ ou factorisé.

Exercice 1 - Égaliser les exposants

Résoudre dans $\mathbb{R}$:

a) $e^{2x+1} = e^{-x+7}$

b) $e^{5x-2} = e^3$

c) $e^{4-x} = e^x$

Exercice 2 - Les valeurs 1 et e

Résoudre dans $\mathbb{R}$:

a) $e^{2x-6} = 1$

b) $e^{x+4} = e$

c) $e^{-x} = \frac{1}{e}$

Exercice 3 - Équations sans solution

Résoudre dans $\mathbb{R}$, en justifiant :

a) $e^x = -2$

b) $e^{3x} + 5 = 0$

c) $e^{2x} = 0$

Exercice 4 - Exposants du second degré

Les exposants sont ici des polynômes du second degré. Déterminer les réels x qui vérifient chaque égalité :

a) $e^{x^2} = e^{4x-3}$

b) $e^{x^2-1} = 1$

c) $e^{x^2} = e^{2x}$

Exercice 5 - Inéquations simples

Résoudre dans $\mathbb{R}$:

a) $e^{3x-2} \geq 1$

- b) $e^{-x} < e$
c) $e^{2x} \leq e^{x+1}$

Exercice 6 - Signe d'un produit

Pour quelles valeurs de x chaque produit vérifie-t-il l'inégalité indiquée ? Répondre par un intervalle.

- a) $(x - 2)e^x > 0$
b) $xe^{-x} \leq 0$
c) $(1 - 3x)e^{2x} \geq 0$

Exercice 7 - Comparer à e

Résoudre dans $\mathbb{R}$:

- a) $e^x - e \geq 0$
b) $e^{1-2x} < e^{-3}$

Exercice 8 - Factoriser pour résoudre

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $e^{2x} - e^x = 0$.

Exercice 9 - Équation produit

Résoudre dans $\mathbb{R}$:

- a) $(x + 3)(e^x - 1) = 0$
b) $(x^2 - 4)e^{-x} = 0$

Exercice 10 - Poser $X = \exp(x)$

On veut résoudre $e^{2x} - (1 + e)e^x + e = 0$.

- a) En posant $X = e^x$, montrer que l'équation s'écrit $X^2 - (1 + e)X + e = 0$.
b) Vérifier que $X^2 - (1 + e)X + e = (X - 1)(X - e)$, puis résoudre l'équation de départ.

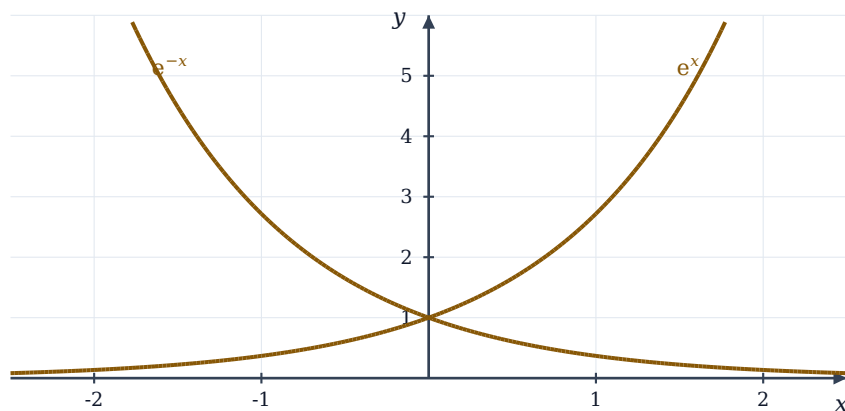
Exercice 11 - Une inéquation à factoriser

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $e^{2x} - e^x > 0$.

Exercice 12 – Deux courbes

On a tracé les courbes des fonctions $x \mapsto e^x$ et $x \mapsto e^{-x}$.

- Lire graphiquement le point d'intersection, puis le justifier par le calcul.
- Résoudre algébriquement $e^x > e^{-x}$.



Courbes de $x \mapsto e^x$ et $x \mapsto e^{-x}$

Exercice 13 – Encadrer une exponentielle

On sait que $0 \leq x \leq 1$.

- Encadrer e^x .
- Encadrer e^{-2x} , puis $3 - e^x$.

Exercice 14 – Comparer deux exponentielles

Pour quelles valeurs de x a-t-on $e^{x^2} \geq e^x$?

Exercice 15 – Tableau de signes complet

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $(e^x - e)(x^2 - 4) \leq 0$.