

Plaquette 1 - Propriétés algébriques : transformer une expression

Fonction exponentielle — Première spé maths

Exercices

Méthode

La fonction exponentielle transforme les **sommes en produits** : $e^{x+y} = e^x e^y$. On calcule donc avec e^x exactement comme avec des puissances. Cette plaquette entraîne aux transformations (simplifier, développer, factoriser) qui servent ensuite dans les équations et les dérivées.

Exercice 1 - Produits et quotients

Écrire chaque nombre sous la forme e^a , avec a entier.

- a) $e^3 \times e^5$
- b) $\frac{e^7}{e^2}$
- c) $(e^2)^3$
- d) $e^{-1} \times e^4$

Exercice 2 - Avec une variable

Simplifier, pour tout réel x :

- a) $e^{2x} \times e^{x-1}$
- b) $\frac{e^{x+2}}{e^{x-3}}$
- c) $(e^{-x})^2 \times e^{3x}$
- d) $\frac{1}{e^{-2x}}$

Exercice 3 - Simplifier des quotients

Pour tout réel x , écrire sans quotient :

- a) $A = \frac{e^{2x} + e^x}{e^x}$
- b) $B = \frac{e^{3x} - e^x}{e^{2x}}$

Exercice 4 - Développer

Développer et réduire, pour tout réel x :

- a) $(e^x + 1)^2$
- b) $(e^x - e^{-x})^2$
- c) $(e^x + 2)(e^x - 2)$

Exercice 5 - Factoriser

Factoriser, pour tout réel x :

- a) $e^{2x} - e^x$
- b) $xe^x + 2e^x$
- c) $e^{2x} - 9$

Exercice 6 - Démontrer une égalité

Démontrer que, pour tout réel x :

$$\frac{e^x}{1 + e^x} = \frac{1}{1 + e^{-x}}$$

Exercice 7 - Valeurs approchées

À l'aide de la calculatrice, donner une valeur approchée au millièmme de e^2 , e^{-1} et $\sqrt{e}$. Expliquer pourquoi $\sqrt{e} = e^{0,5}$.

Exercice 8 - Comparer sans calculatrice

Comparer, sans calculatrice :

- a) e^{-2} et e^{-3} ;
- b) e^π et e^3 ;
- c) 1 et $e^{-0,1}$.

Exercice 9 - Étudier un signe

Donner, selon les valeurs de x , le signe de :

- a) $e^x + 1$
- b) $-2e^{3x}$
- c) $(x - 3)e^x$
- d) $e^x - 1$

Exercice 10 - Vrai ou faux

Dire si chaque égalité est vraie pour tout réel x ; corriger les fausses.

- a) $e^{x+1} = e \times e^x$
- b) $e^{2x} = 2e^x$
- c) $e^{-x} = -e^x$
- d) $(e^x)^2 = e^{x^2}$

Exercice 11 - Une fonction paire

On définit sur $\mathbb{R}$ la fonction $c(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$.

- a) Calculer $c(0)$.

- b) Démontrer que c est paire. Que peut-on en déduire pour sa courbe ?
- c) Démontrer que $c(x) \geq 1$ pour tout réel x (on pourra calculer $2c(x) - 2$ et reconnaître un carré).

Exercice 12 - Produits remarquables

Pour tout réel a , simplifier :

- a) $e^a \times e^{1-a}$
- b) $(e^a + e^{-a})(e^a - e^{-a})$
- c) $e^a \times (e^{-a} + e^a)$

Exercice 13 - Changement d'écriture

Démontrer que, pour tout réel x :

$$e^{2x} - 3e^x + 2 = (e^x - 1)(e^x - 2)$$

En déduire le signe de $e^{2x} - 3e^x + 2$ pour $x < 0$.

Exercice 14 - Trouver un exposant

Déterminer le réel a dans chaque cas :

- a) $e^a \times e^{2a} = e^6$
- b) $\frac{e^{5a}}{e^{a+2}} = e^{10}$
- c) $(e^a)^3 = e^{-3}$

Exercice 15 - Une expression constante

Démontrer que, pour tout réel x :

$$(e^x + e^{-x})^2 - (e^x - e^{-x})^2 = 4$$

puis vérifier avec $x = 0$ et $x = 1$ (valeurs approchées).