# Plaquette 4 – Droites du plan : équations, intersections et parallélisme

## Géométrie repérée — Première spé maths

Corrections détaillées

**Boîte à outils**

**Équation cartésienne** d'une droite : $ax + by + c = 0$ avec $(a\,;b) \neq (0\,;0)$.

— **Vecteur directeur** : $\vec{u}(-b\,;a)$.
— **Vecteur normal** : $\vec{n}(a\,;b)$.

**Équation réduite** (si la droite n'est pas verticale) : $y = mx + p$, avec

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \qquad \text{(coefficient directeur)}$$

**Représentation paramétrique** d'une droite passant par $A$ de vecteur directeur $\vec{u}(\alpha\,;\beta)$ :

$$\begin{cases} x = x_A + \alpha t \\ y = y_A + \beta t \end{cases} \qquad t \in \mathbb{R}$$

**Positions relatives.** Pour $d : ax + by + c = 0$ et $d' : a'x + b'y + c' = 0$ :

— **parallèles** $\Leftrightarrow ab' - a'b = 0$ (directeurs colinéaires) ;
— **confondues** si de plus les équations sont proportionnelles ;
— **sécantes** sinon, le point d'intersection étant la solution du système.

**Avec les équations réduites** : parallèles $\Leftrightarrow m = m'$ ; perpendiculaires $\Leftrightarrow mm' = -1$.

**Milieu, distance.**

$$I\left(\frac{x_A + x_B}{2}\,;\frac{y_A + y_B}{2}\right) \qquad AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

**Colinéarité.** $\vec{u}(x\,;y)$ et $\vec{v}(x'\,;y')$ sont colinéaires $\Leftrightarrow xy' - x'y = 0$ (**déterminant** nul).

**Alignement** de $A$, $B$, $C$ : les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.

## Correction de l'exercice 1 – Équation d'une droite par deux points

— **Coefficient directeur** :

$$m = \frac{-2 - 4}{3 - (-1)} = \frac{-6}{4} = -1{,}5$$

— **Ordonnée à l'origine** : avec $A$, $4 = -1{,}5 \times (-1) + p = 1{,}5 + p$, donc $p = 2{,}5$.
— **Équation réduite** :

$$y = -1{,}5x + 2{,}5$$

— **Contrôles** : $A$ donne $1{,}5 + 2{,}5 = 4$ ✓ et $B$ donne $-4{,}5 + 2{,}5 = -2$ ✓
— **Équation cartésienne** : en multipliant par 2, $2y = -3x + 5$, soit $3x + 2y - 5 = 0$.
— **Vecteur directeur** : $(-2\,;3)$, proportionnel à $\overrightarrow{AB}(4\,;-6)$ ✓
— **Contrôle du déterminant** : $4 \times 3 - (-2) \times (-6) = 12 - 12 = 0$ ✓ — bien colinéaires.
— **Intersection avec les axes** : $\left(\frac{5}{3}\,;0\right)$ et $(0\,;2{,}5)$.

**Réponse.** $y = -1{,}5x + 2{,}5$, soit $3x + 2y - 5 = 0$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

## Correction de l'exercice 2 – De cartésienne à réduite

— **Équation réduite** : $6y = 4x + 3$, donc

$$y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{2}$$

— **Coefficient directeur** : $m = \frac{2}{3} \approx 0{,}6667$ ; **ordonnée à l'origine** : 0,5.

— **Vecteur directeur** : $\vec{u}(-b\,;a) = (6\,;4)$, que l'on simplifie en $(3\,;2)$.

— **Vecteur normal** : $\vec{n}(4\,;-6)$, soit $(2\,;-3)$.

— **Contrôle d'orthogonalité** : $(3\,;2)\cdot(2\,;-3) = 6-6 = 0$ ✓

— **Cohérence directeur / pente** : $\frac{2}{3}$, exactement le coefficient directeur ✓

— **Vérification sur deux points** : $(0\,;0{,}5)$ donne $0-3+3=0$ ✓ et $(3\,;2{,}5)$ donne $12-15+3=0$ ✓

— **Attention au signe** : le vecteur normal est $(a\,;b)$ **avec les signes de l'équation** — ici $(4\,;-6)$, pas $(4\,;6)$.

**Réponse.** $y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{2}$ ; $\vec{u}(3\,;2)$ et $\vec{n}(2\,;-3)$.

## Correction de l'exercice 3 – Intersection de deux droites

— **Système** :

$$\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ x - y = -1 \end{cases}$$

— **Substitution** : $x = y - 1$, donc $2(y-1) + 3y = 7$, soit $5y = 9$ et $y = 1{,}8$.

— **Puis** : $x = 0{,}8$.

— **Point** :

$$I(0{,}8\,;1{,}8)$$

— **Contrôles** : $1{,}6 + 5{,}4 - 7 = 0$ ✓ et $0{,}8 - 1{,}8 + 1 = 0$ ✓

— **Vérification de la non-parallélisme** : $\det = 2\times(-1) - 1\times 3 = -5 \neq 0$ ✓ — les droites sont bien sécantes.

— **Angle des droites** : les normales sont $(2\,;3)$ et $(1\,;-1)$, de produit scalaire $2-3=-1$.

— $\cos\theta = \frac{-1}{\sqrt{13}\sqrt{2}} \approx -0{,}19612$, soit un angle d'environ 101,31° — l'angle aigu entre les droites vaut donc environ 78,69°.

**Réponse.** $I(0{,}8\,;1{,}8)$.

## Correction de l'exercice 4 – Droites parallèles

— **Déterminant** : $3\times 4 - (-6)\times(-2) = 12 - 12 = 0$, donc les droites sont **parallèles** ✓

— **Confondues ?** En multipliant $d$ par $-2$ : $-6x + 4y - 10 = 0$, alors que $d'$ donne $+1$.

— $-10 \neq 1$, donc les droites sont **strictement parallèles**.

— **Contrôle par les équations réduites** : $d$ donne $y = 1{,}5x + 2{,}5$ et $d'$ donne $y = 1{,}5x - 0{,}25$ — même pente, ordonnées à l'origine différentes ✓

— **Distance entre les deux** : on prend $(0\,;2{,}5)$ sur $d$ et l'on calcule sa distance à $d'$ :

$$\frac{|0 + 10 + 1|}{\sqrt{36+16}} = \frac{11}{\sqrt{52}} \approx 1{,}5252$$

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— **Contrôle avec un autre point de** $d$ : $\left(-\frac{5}{3}\,;0\right)$ donne $\frac{|10+0+1|}{\sqrt{52}} = \frac{11}{\sqrt{52}}$ ✓ — même distance, comme attendu.
— **Astuce** : normaliser les deux équations au même vecteur normal rend la comparaison immédiate.

**Réponse.** Strictement parallèles, à distance $\frac{11}{\sqrt{52}} \approx 1{,}53$.

## Correction de l'exercice 5 – Droite perpendiculaire

— **Vecteur directeur de** $d$ : $(-4\,;1)$ — c'est le **vecteur normal** de la droite cherchée.
— **Équation** : $-4(x-2)+1(y+3)=0$, soit $-4x+8+y+3=0$, donc

$$4x-y-11=0$$

— **Contrôle du point** : $8+3-11=0$ ✓
— **Contrôle par les pentes** : $d$ a pour pente $-\frac{1}{4}$ et la nouvelle droite 4 ; or $-\frac{1}{4}\times 4=-1$ ✓
— **Point d'intersection** : on résout $\begin{cases} x+4y=2 \\ 4x-y=11 \end{cases}$
— De la seconde, $y=4x-11$ ; en substituant : $x+16x-44=2$, donc $17x=46$ et $x=\frac{46}{17}\approx 2{,}7059$.
— **Puis** : $y=\frac{184}{17}-11=\frac{184-187}{17}=-\frac{3}{17}\approx -0{,}17647$.
— **Contrôle** : $\frac{46}{17}+4\times\left(-\frac{3}{17}\right)=\frac{46-12}{17}=\frac{34}{17}=2$ ✓
— **Distance de** $A$ **à** $d$ : $\frac{|2-12-2|}{\sqrt{17}}=\frac{12}{\sqrt{17}}\approx 2{,}9104$ — c'est aussi la distance $AH$ ✓

**Réponse.** $4x-y-11=0$.

## Correction de l'exercice 6 – Alignement de trois points

— **Vecteurs** : $\overrightarrow{AB}(3\,;6)$ et $\overrightarrow{AC}(-3\,;-6)$.
— **Déterminant** :

$$3\times(-6)-(-3)\times 6=-18+18=0$$

— **Conclusion** : les points sont **alignés** ✓
— **Relation précise** : $\overrightarrow{AC}=-\overrightarrow{AB}$, donc $A$ est le **milieu** de $[BC]$.
— **Contrôle** : le milieu de $[BC]$ est $\left(\frac{4-2}{2}\,;\frac{8-4}{2}\right)=(1\,;2)=A$ ✓
— **Équation de la droite** : de pente $\frac{6}{3}=2$, elle s'écrit $y=2x$, et l'on vérifie $2=2$, $8=8$, $-4=-4$ ✓
— **Méthode alternative** : comparer les pentes $\frac{8-2}{4-1}=2$ et $\frac{-4-2}{-2-1}=\frac{-6}{-3}=2$ ✓ — même pente depuis $A$, donc alignement.
— **Avantage du déterminant** : il fonctionne même quand une des droites est **verticale**, là où les pentes ne sont pas définies.

**Réponse.** Oui, et $A$ est le milieu de $[BC]$.

## Correction de l'exercice 7 – Représentation paramétrique

— **Point de la droite** : pour $y=1$, $2x=4$ donc $x=2$ : le point $A(2\,;1)$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— **Contrôle** : $4 - 5 + 1 = 0$ ✓
— **Vecteur directeur** : $(-b\,;a) = (5\,;2)$.
— **Représentation paramétrique** :

$$\begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = 1 + 2t \end{cases} \qquad t \in \mathbb{R}$$

— **Test de** $(7\,;3)$ : la première équation donne $7 = 2 + 5t$, donc $t = 1$.
— **Contrôle sur** $y$ : $1 + 2 \times 1 = 3$ ✓
— **Conclusion** : le point **appartient** à la droite, pour $t = 1$.
— **Vérification directe** : $14 - 15 + 1 = 0$ ✓
— **Non-unicité** : $\begin{cases} x = 7 + 10s \\ y = 3 + 4s \end{cases}$ est une autre représentation de la **même** droite — un point et un directeur peuvent toujours être changés.

**Réponse.** $x = 2 + 5t$, $y = 1 + 2t$ ; $(7\,;3)$ appartient à la droite ($t = 1$).

## Correction de l’exercice 8 – Médiatrice

— **Milieu** : $I(1\,;3)$.
— **Vecteur normal** : $\overrightarrow{AB}(6\,;4)$, simplifié en $(3\,;2)$.
— **Équation** : $3(x - 1) + 2(y - 3) = 0$, soit

$$3x + 2y - 9 = 0$$

— **Contrôle du milieu** : $3 + 6 - 9 = 0$ ✓
— **Contrôle par équidistance** : prenons $(1\,;3)$, à distance $\sqrt{9 + 4} = \sqrt{13}$ de $A$ et $\sqrt{9 + 4} = \sqrt{13}$ de $B$ ✓
— **Autre point de la médiatrice** : $(3\,;0)$ vérifie $9 + 0 - 9 = 0$ ; et $MA^2 = 25 + 1 = 26$, $MB^2 = 1 + 25 = 26$ ✓
— **Pente** : $-\dfrac{3}{2} = -1{,}5$ ; celle de $(AB)$ vaut $\dfrac{4}{6} = \dfrac{2}{3}$, et $-1{,}5 \times \dfrac{2}{3} = -1$ ✓
— **Méthode alternative** (plus longue) : écrire $MA^2 = MB^2$ et développer.

**Réponse.** $3x + 2y - 9 = 0$.

## Correction de l’exercice 9 – Cercle et équation

— **Rayon** : $R = \Omega P = \sqrt{(5 - 2)^2 + (3 + 1)^2} = \sqrt{9 + 16} = 5$.
— **Équation** :

$$(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 25$$

— **Contrôle** : $P$ donne $9 + 16 = 25$ ✓
— **Forme développée** : $x^2 - 4x + 4 + y^2 + 2y + 1 = 25$, soit $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 20 = 0$.
— **Contrôle de la forme développée** : $P(5\,;3)$ donne $25 + 9 - 20 + 6 - 20 = 0$ ✓
— **Autres points du cercle** : $(7\,;-1)$, $(-3\,;-1)$, $(2\,;4)$ et $(2\,;-6)$ — les quatre « pôles » ✓
— **Vérification** : $(2\,;4)$ donne $0 + 25 = 25$ ✓
— **Intersection avec l’axe des abscisses** : $y = 0$ donne $(x - 2)^2 = 24$, soit $x = 2 \pm 2\sqrt{6}$, environ $-2{,}899$ et $6{,}899$ ✓

**Réponse.** $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 25$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

## Correction de l'exercice 10 – Droite passant par un point et parallèle

— **Même vecteur normal** : $\vec{n}(5\,;2)$, donc l'équation est de la forme $5x+2y+c=0$.
— **Passage par** $C$ : $-15+4+c=0$, donc $c=11$.

$$5x+2y+11=0$$

— **Contrôle** : $-15+4+11=0$ ✓
— **Contrôle du parallélisme** : les deux équations ont les mêmes coefficients en $x$ et $y$ ✓ — donc même pente $-2{,}5$.
— **Non-confusion** : $c=11\neq -4$, les droites sont **strictement** parallèles ✓
— **Distance entre elles** : $\dfrac{|-4-11|}{\sqrt{25+4}}=\dfrac{15}{\sqrt{29}}\approx 2{,}7855$.
— **Contrôle** : le point $C(-3\,;2)$ est à la distance $\dfrac{|-15+4-4|}{\sqrt{29}}=\dfrac{15}{\sqrt{29}}$ de $d$ ✓ — cohérent.
— **Astuce à retenir** : pour une parallèle, on garde $a$ et $b$, on recalcule seulement $c$.

**Réponse.** $5x+2y+11=0$.

## Correction de l'exercice 11 – Parallélogramme

— **Condition** : $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ (les côtés opposés sont égaux dans cet ordre de sommets).
— **Calcul** : $\overrightarrow{AB}(4\,;1)$, donc $\overrightarrow{DC}(6-x_D\,;5-y_D)=(4\,;1)$.
— **Résolution** : $6-x_D=4$ donne $x_D=2$ ; $5-y_D=1$ donne $y_D=4$.

$$D(2\,;4)$$

— **Contrôle par les diagonales** : le milieu de $[AC]$ est $(3{,}5\,;3)$ et celui de $[BD]$ est $\left(\dfrac{5+2}{2}\,;\dfrac{2+4}{2}\right)=(3{,}5\,;3)$ ✓ — mêmes milieux, c'est bien un parallélogramme.
— **Contrôle des côtés** : $AD=\|(1\,;3)\|=\sqrt{10}$ et $BC=\|(1\,;3)\|=\sqrt{10}$ ✓
— **Nature précise** : $AB=\sqrt{17}\approx 4{,}123$ et $AD=\sqrt{10}\approx 3{,}162$ — côtés différents, ce n'est pas un losange.
— **Angle** : $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=4+3=7\neq 0$ — ce n'est pas un rectangle non plus.
— **Aire** : $|4\times 3-1\times 1|=11$.

**Réponse.** $D(2\,;4)$.

## Correction de l'exercice 12 – Point d'une droite à distance donnée

— **Paramétrage** : un point de la droite s'écrit $M(t\,;2t)$.
— **Distance à l'origine** :

$$OM^2=t^2+4t^2=5t^2=25$$

— **Résolution** : $t^2=5$, donc $t=\pm\sqrt{5}\approx\pm 2{,}2361$.
— **Points** :

$$M_1\left(\sqrt{5}\,;2\sqrt{5}\right)\approx(2{,}236\,;4{,}472)\qquad M_2\left(-\sqrt{5}\,;-2\sqrt{5}\right)$$

— **Contrôles** : $5+20=25$ ✓ pour les deux.
— **Vérification de l'appartenance** : $2\sqrt{5}=2\times\sqrt{5}$ ✓
— **Interprétation** : ce sont les intersections de la droite avec le **cercle** de centre $O$ et de rayon 5 — d'où exactement **deux** points, la droite passant par le centre.
— **Cas général** : pour une droite ne passant pas par le centre, il y aurait 0, 1 ou 2 points selon la distance du centre à la droite.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

**Réponse.** $\left(\sqrt{5}\,;2\sqrt{5}\right)$ et $\left(-\sqrt{5}\,;-2\sqrt{5}\right)$.

## Correction de l'exercice 13 – Triangle et médianes

— **Centre de gravité** : moyenne des coordonnées des sommets.

$$G\left(\frac{0+6+3}{3}\,;\frac{0+0+6}{3}\right)=G(3\,;2)$$

— **Milieu de** $[BC]$ : $A'\left(\frac{6+3}{2}\,;3\right)=A'(4{,}5\,;3)$.

— **Médiane issue de** $A$ : elle passe par $O(0\,;0)$ et $A'(4{,}5\,;3)$, donc a pour pente $\frac{3}{4{,}5}=\frac{2}{3}$ et pour équation $y=\frac{2}{3}x$.

— **Contrôle** : $G(3\,;2)$ vérifie $2=\frac{2}{3}\times 3$ ✓

— **Position sur la médiane** : $\overrightarrow{AG}(3\,;2)$ et $\overrightarrow{AA'}(4{,}5\,;3)$, donc $\overrightarrow{AG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AA'}$ ✓ — le centre de gravité est bien aux **deux tiers** de la médiane depuis le sommet.

— **Contrôle par une autre médiane** : le milieu de $[AC]$ est $(1{,}5\,;3)$, et la médiane issue de $B$ va de $(6\,;0)$ à $(1{,}5\,;3)$.

— **Vérification** : $\overrightarrow{BG}(-3\,;2)$ et $\overrightarrow{B(1{,}5;3)}(-4{,}5\,;3)$ — encore le rapport $\frac{2}{3}$ ✓

— **Symétrie** : le triangle est **isocèle** en $C$ ($CA=CB=\sqrt{9+36}=\sqrt{45}$), et $G$ est bien sur l'axe de symétrie $x=3$ ✓

**Réponse.** $G(3\,;2)$, aux deux tiers de la médiane $y=\frac{2}{3}x$.

## Correction de l'exercice 14 – Trois droites concourantes

— **Intersection de** $d_1$ **et** $d_2$ : de $d_2$, $y=2x$ ; en substituant dans $d_1$ : $x+2x-3=0$, donc $x=1$ et $y=2$.

— **Point** : $I(1\,;2)$.

— **Test sur** $d_3$ : $3+4-7=0$ ✓

— **Conclusion** : les trois droites passent par $I(1\,;2)$, elles sont **concourantes** ✓

— **Contrôles** : $d_1$ donne $1+2-3=0$ ✓ et $d_2$ donne $2-2=0$ ✓

— **Relation entre les équations** : $d_3=d_1+d_2$ ? Vérifions :
$(x+y-3)+(2x-y)=3x-3$, ce qui n'est pas $d_3$.

— **Bonne combinaison** : $d_3=2d_1+d_2$, car $2(x+y-3)+(2x-y)=4x+y-6$ — non non plus.

— **Combinaison exacte** : cherchons $\alpha,\beta$ avec $\alpha(x+y-3)+\beta(2x-y)=3x+2y-7$. Alors $\alpha+2\beta=3$, $\alpha-\beta=2$ et $-3\alpha=-7$, donc $\alpha=\frac{7}{3}$ et $\beta=\frac{1}{3}$.

— **Vérification** : $\frac{7}{3}+\frac{2}{3}=3$ ✓ et $\frac{7}{3}-\frac{1}{3}=2$ ✓ — $d_3$ est bien **combinaison linéaire** de $d_1$ et $d_2$, ce qui est le critère algébrique de concourance.

**Réponse.** Elles passent toutes par $I(1\,;2)$.

## Correction de l'exercice 15 – Symétrique d'un point

— **Observation** : $d$ est la première bissectrice, donc la symétrie **échange les coordonnées**.

— **Symétrique** : $P'(1\,;4)$.

— **Vérification par la méthode générale** : le projeté $H$ de $P$ sur $d$ vérifie $H=P+t\vec{n}$ avec $\vec{n}(1\,;-1)$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— $(4+t)-(1-t)=3+2t=0$, donc $t=-1{,}5$.
— **Projeté** : $H(2{,}5\,;2{,}5)$ — bien sur $d$ ✓
— **Symétrique** : $P'=P+2\overrightarrow{PH}=(4\,;1)+2(-1{,}5\,;1{,}5)=(1\,;4)$ ✓
— **Contrôles** : $H$ est le milieu de $[PP']$ : $\left(\frac{4+1}{2}\,;\frac{1+4}{2}\right)=(2{,}5\,;2{,}5)$ ✓
— **Orthogonalité** : $\overrightarrow{PP'}(-3\,;3)$ est colinéaire à $\vec{n}(1\,;-1)$ ✓
— **Distances** : $Pd=\frac{|4-1|}{\sqrt{2}}=\frac{3}{\sqrt{2}}\approx 2{,}1213$, égale à $P'd=\frac{|1-4|}{\sqrt{2}}$ ✓

**Réponse.** $P'(1\,;4)$.

## Correction de l’exercice 16 – Synthèse : quadrilatère

a) **Parallélogramme** : $\overrightarrow{AB}(4\,;2)$ et $\overrightarrow{DC}(4\,;2)$ — **égaux**, donc $ABCD$ est un parallélogramme ✓

— **Contrôle par les diagonales** : milieu de $[AC]=(3\,;3)$ ; milieu de $[BD]=(3\,;3)$ ✓

b) **Longueurs des côtés** : $AB=\sqrt{16+4}=\sqrt{20}\approx 4{,}4721$ et $AD=\sqrt{4+16}=\sqrt{20}$.

— **Égaux** : c’est donc un **losange** ✓
— **Rectangle ?** $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=4\times 2+2\times 4=16\neq 0$ — les côtés ne sont **pas** perpendiculaires, ce n’est **pas** un rectangle (donc pas un carré).
— **Contrôle des diagonales** : $AC=\sqrt{36+36}=6\sqrt{2}\approx 8{,}485$ et $BD=\sqrt{4+4}=2\sqrt{2}\approx 2{,}828$ — **différentes**, ce qui confirme que ce n’est pas un rectangle ✓
— **Perpendicularité des diagonales** : $\overrightarrow{AC}(6\,;6)\cdot\overrightarrow{BD}(-2\,;2)=-12+12=0$ ✓ — propriété du losange.

c) **Aire** — produit des demi-diagonales pour un losange, ou déterminant :

$$A=|4\times 4-2\times 2|=|16-4|=12$$

— **Contrôle par les diagonales** : $\frac{AC\times BD}{2}=\frac{6\sqrt{2}\times 2\sqrt{2}}{2}=\frac{24}{2}=12$ ✓
— **Angle** :

$$\cos B\hat{A}D=\frac{16}{\sqrt{20}\sqrt{20}}=\frac{16}{20}=0{,}8$$

— **Valeur** : $B\hat{A}D\approx 36{,}87°$.
— **Contrôle de l’aire** : $AB\times AD\times\sin B\hat{A}D=20\times 0{,}6=12$ ✓ (car $\sin\approx 0{,}6$ pour $\cos=0{,}8$).

**Réponse.** a) $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ · b) losange, pas rectangle · c) aire 12 et $B\hat{A}D\approx 36{,}87°$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).