

Plaquette 5 - Problèmes de synthèse : cercles, tangentes et configurations

Géométrie repérée — Première spé maths

Corrections détaillées

Boîte à outils

Équation d'un cercle.

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 + y^2 - 2ax - 2by + (a^2 + b^2 - R^2) = 0$$

Pour identifier centre et rayon depuis $x^2 + y^2 + \alpha x + \beta y + \gamma = 0$: on **complète les carrés**, ce qui donne le centre $\left(-\frac{\alpha}{2}; -\frac{\beta}{2}\right)$ et $R^2 = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{4} - \gamma$.

— Si $R^2 > 0$: un vrai cercle ; si $R^2 = 0$: un point ; si $R^2 < 0$: **aucun** point.

Caractérisations par produit scalaire.

$$\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0 \Leftrightarrow M \text{ sur le cercle de diamètre } [AB]$$

Intersection droite-cercle. On **substitue** l'équation de la droite dans celle du cercle ; le discriminant décide :

— $\Delta > 0$: **deux** points · $\Delta = 0$: **tangence** · $\Delta < 0$: **aucun** point.

Autre méthode : comparer $d(\Omega, \text{droite})$ et R .

Longueur d'une corde à distance d du centre :

$$\ell = 2\sqrt{R^2 - d^2}$$

Tangente en un point T du cercle : droite passant par T de vecteur normal $\overrightarrow{OT}$.

Deux cercles de centres Ω_1, Ω_2 et rayons R_1, R_2 , avec $d = \Omega_1\Omega_2$:

Condition	Position
$d > R_1 + R_2$	extérieurs, disjoints
$d = R_1 + R_2$	tangents extérieurement
$ R_1 - R_2 < d < R_1 + R_2$	sécants (deux points)
$d = R_1 - R_2 $	tangents intérieurement
$d < R_1 - R_2 $	l'un dans l'autre

Correction de l'exercice 1 - Forme développée d'un cercle

— **Complétion des carrés** : $x^2 + 2x = (x + 1)^2 - 1$ et $y^2 - 8y = (y - 4)^2 - 16$.

— **Réécriture** : $(x + 1)^2 - 1 + (y - 4)^2 - 16 + 8 = 0$, soit

$$(x + 1)^2 + (y - 4)^2 = 9$$

— **Conclusion** : c'est un **cercle** de centre $\Omega(-1; 4)$ et de rayon $R = 3$.

— **Contrôle par la formule** : $\alpha = 2$ et $\beta = -8$ donnent le centre $(-1; 4)$ ✓, et $R^2 = \frac{4 + 64}{4} - 8 = 17 - 8 = 9$ ✓

- **Points de contrôle** : $(2; 4)$ donne $4 + 16 + 4 - 32 + 8 = 0$ ✓ ; $(-1; 7)$ donne $1 + 49 - 2 - 56 + 8 = 0$ ✓
- **Cas limites à connaître** : avec $+17$ au lieu de $+8$, on aurait $R^2 = 0$ (un seul point, le centre) ; avec $+20$, $R^2 = -3$ et **aucun** point.
- **Intersection avec l'axe des ordonnées** : $x = 0$ donne $1 + (y - 4)^2 = 9$, soit $y = 4 \pm 2\sqrt{2}$, environ $1,172$ et $6,828$.

Réponse. Oui : centre $\Omega(-1; 4)$, rayon 3 .

Correction de l'exercice 2 - Intersection droite-cercle

- **Substitution** : $x^2 + (x + 2)^2 = 10$, soit $x^2 + x^2 + 4x + 4 = 10$, donc $2x^2 + 4x - 6 = 0 \iff x^2 + 2x - 3 = 0$
- **Résolution** : $\Delta = 4 + 12 = 16$, donc $x = \frac{-2 \pm 4}{2}$, soit $x = 1$ ou $x = -3$.
- **Ordonnées** : $y = 3$ et $y = -1$.
- **Points** : $M_1(1; 3)$ $M_2(-3; -1)$
- **Contrôles** : $1 + 9 = 10$ ✓ et $9 + 1 = 10$ ✓
- **Contrôle de l'appartenance à la droite** : $3 = 1 + 2$ ✓ et $-1 = -3 + 2$ ✓
- **Vérification par la distance** : $d(O, \text{droite}) = \frac{|0 - 0 + 2|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \approx 1,414 < \sqrt{10} \approx 3,162$ ✓
— sécante.
- **Longueur de la corde** : $2\sqrt{10 - 2} = 2\sqrt{8} \approx 5,657$; contrôle direct : $M_1M_2 = \|(4; 4)\| = \sqrt{32} \approx 5,657$ ✓

Réponse. $M_1(1; 3)$ et $M_2(-3; -1)$.

Correction de l'exercice 3 - Tangence à déterminer

- **Méthode par la distance** : le centre est $O(0; 0)$ et le rayon $R = 2\sqrt{2}$.
- La droite s'écrit $x - y + p = 0$, donc $d(O, \text{droite}) = \frac{|p|}{\sqrt{2}}$
- **Condition de tangence** : $\frac{|p|}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$, donc $|p| = 4$ et $p = 4$ ou $p = -4$
- **Contrôle par le discriminant** : $x^2 + (x + p)^2 = 8$ donne $2x^2 + 2px + p^2 - 8 = 0$, de discriminant $4p^2 - 8(p^2 - 8) = -4p^2 + 64$.
- **Annulation** : $p^2 = 16$, donc $p = \pm 4$ ✓
- **Points de contact** : pour $p = 4$, $2x^2 + 8x + 8 = 0$ donne $(x + 2)^2 = 0$ et $x = -2$, donc $T(-2; 2)$.
- **Vérification** : $4 + 4 = 8$ ✓ et $2 = -2 + 4$ ✓
- **Pour** $p = -4$: $T(2; -2)$, le point diamétralement opposé ✓
- **Cohérence** : pour $|p| < 4$ la droite est sécante, pour $|p| > 4$ elle ne coupe pas le cercle.

Réponse. $p = 4$ (contact en $(-2; 2)$) ou $p = -4$ (contact en $(2; -2)$).

Correction de l'exercice 4 - Tangentes issues d'un point

- **Position de P** : $OP = 6 > 3 = R$, donc P est **extérieur** — il existe deux tangentes.
- **Longueur de la tangente** (Pythagore dans le triangle rectangle OTP , avec $\widehat{OTP} = 90^\circ$) :

$$PT = \sqrt{OP^2 - R^2} = \sqrt{36 - 9} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3} \approx 5,1962$$

- **Points de contact** : T vérifie $OT = 3$ et $\overrightarrow{TO} \cdot \overrightarrow{TP} = 0$.
- La condition $\overrightarrow{OT} \cdot \overrightarrow{OP} = OT^2 = 9$ donne $6x_T = 9$, soit $x_T = 1,5$.
- **Puis** : $y_T^2 = 9 - 2,25 = 6,75$, donc $y_T = \pm\sqrt{6,75} \approx \pm 2,5981$.
- **Points** : $T_1(1,5; 2,598)$ et $T_2(1,5; -2,598)$.
- **Contrôle** : $PT_1 = \sqrt{(6 - 1,5)^2 + 2,598^2} = \sqrt{20,25 + 6,75} = \sqrt{27} \checkmark$
- **Angle au sommet** : $\sin \frac{\theta}{2} = \frac{R}{OP} = 0,5$, donc $\frac{\theta}{2} = 30^\circ$ et $\theta = 60^\circ$ — les deux tangentes forment un angle de $60^\circ \checkmark$
- **Contrôle** : $\frac{2,598}{4,5} = 0,5774 = \tan 30^\circ \checkmark$

Réponse. $PT = 3\sqrt{3} \approx 5,196$, contacts en $\left(1,5; \pm \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$.

Correction de l'exercice 5 - Deux cercles sécants

- **Soustraction** : $x^2 + y^2 - 25 = 0$ et $x^2 - 16x + 64 + y^2 - 25 = 0$.
- **Différence** : $16x - 64 = 0$, donc

$$x = 4$$
- **Substitution** : $16 + y^2 = 25$, donc $y^2 = 9$ et $y = \pm 3$.
- **Points** :

$$M_1(4; 3) \quad M_2(4; -3)$$
- **Contrôles** : $16 + 9 = 25 \checkmark$ et $(4 - 8)^2 + 9 = 16 + 9 = 25 \checkmark$
- **Vérification de la configuration** : les centres $O(0; 0)$ et $\Omega(8; 0)$ sont distants de 8, avec $|R_1 - R_2| = 0 < 8 < R_1 + R_2 = 10 \checkmark$ — sécants.
- **Axe radical** : la droite $x = 4$, qui est la **médiatrice** de $[O\Omega]$ — logique, les deux rayons étant égaux $\checkmark$
- **Longueur de la corde commune** : $M_1M_2 = 6$.
- **Contrôle** : $2\sqrt{R^2 - d^2} = 2\sqrt{25 - 16} = 6 \checkmark$, avec $d = 4$ la distance du centre à l'axe radical.

Réponse. $M_1(4; 3)$ et $M_2(4; -3)$.

Correction de l'exercice 6 - Cercle par trois points

- **Forme générale** : $x^2 + y^2 + \alpha x + \beta y + \gamma = 0$.
- **Passage par A** : $\gamma = 0$.
- **Passage par B** : $16 + 4\alpha = 0$, donc $\alpha = -4$.
- **Passage par C** : $4 + 2\beta = 0$, donc $\beta = -2$.
- **Équation** :

$$x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$$

- **Forme canonique** : $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 5$.

- **Centre** : $\Omega(2; 1)$; **rayon** : $\sqrt{5} \approx 2,2361$.
- **Contrôles** : A donne $4 + 1 = 5$ ✓ ; B donne $4 + 1 = 5$ ✓ ; C donne $4 + 1 = 5$ ✓
- **Contrôle géométrique** : le triangle est **rectangle en A** (les côtés sont sur les axes), donc $[BC]$ est un diamètre.
- **Vérification** : le milieu de $[BC]$ est $(2; 1) = \Omega$ ✓ et $BC = \sqrt{16 + 4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$, de moitié $\sqrt{5} = R$ ✓

Réponse. $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 5$.

Correction de l'exercice 7 - Corde de longueur donnée

- **Relation** : $\ell = 2\sqrt{R^2 - d^2}$, donc

$$8 = 2\sqrt{25 - d^2} \quad \Leftrightarrow \quad \sqrt{25 - d^2} = 4$$
- **Résolution** : $25 - d^2 = 16$, donc $d^2 = 9$ et

$$d = 3$$
- **Contrôle par Pythagore** : la demi-corde (4), la distance au centre (3) et le rayon (5) forment un triangle rectangle : $9 + 16 = 25$ ✓
- **Triplet remarquable** : encore le 3-4-5.
- **Cas extrêmes** : $d = 0$ donne le **diamètre** $\ell = 10$ (corde maximale) ; $d = 5$ donne $\ell = 0$ (la corde se réduit au point de tangence).
- **Autres cordes** : une corde de longueur 6 serait à la distance $\sqrt{25 - 9} = 4$ du centre ✓
- **Remarque** : deux cordes de même longueur sont toujours à la **même** distance du centre — d'où l'existence d'une infinité de cordes de longueur 8, toutes tangentes au cercle de rayon 3.

Réponse. $d = 3$.

Correction de l'exercice 8 - Cercle tangent à une droite

- **Rayon** = distance du centre à la droite :

$$R = \frac{|9 + 16 - 10|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{15}{5} = 3$$
- **Équation** :

$$(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 9$$
- **Point de tangence** : $T = \Omega + t\vec{n}$ avec $\vec{n}(3; 4)$; on résout $3(3 + 3t) + 4(4 + 4t) - 10 = 0$.
- **Calcul** : $9 + 9t + 16 + 16t - 10 = 15 + 25t = 0$, donc $t = -0,6$.
- **Point** : $T(3 - 1,8; 4 - 2,4) = T(1,2; 1,6)$.
- **Contrôles** : $3,6 + 6,4 - 10 = 0$ ✓ (sur la droite) et $(1,2 - 3)^2 + (1,6 - 4)^2 = 3,24 + 5,76 = 9$ ✓ (sur le cercle).
- **Contrôle du rayon** : $|t| \times \|\vec{n}\| = 0,6 \times 5 = 3$ ✓
- **Unicité du point de contact** : la substitution de la droite dans le cercle donnerait un discriminant **nul** — caractéristique de la tangence ✓

Réponse. $(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 9$, tangent en $T(1,2; 1,6)$.

Correction de l'exercice 9 - Lieu avec produit scalaire

- **Nature** : le cercle de diamètre $[AB]$.
- **Centre** : le milieu $\Omega(3; 4)$.

— **Rayon** : $\frac{AB}{2}$ avec $AB = \sqrt{16 + 16} = 4\sqrt{2}$, donc $R = 2\sqrt{2} \approx 2,8284$.

— **Équation** :

$$(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 8$$

— **Contrôles** : A donne $4 + 4 = 8$ ✓ et B donne $4 + 4 = 8$ ✓

— **Vérification par le calcul** : $(1 - x)(5 - x) + (2 - y)(6 - y) = 5 - 6x + x^2 + 12 - 8y + y^2$.

— **Équation obtenue** : $x^2 + y^2 - 6x - 8y + 17 = 0$.

— **Contrôle de l'équivalence** :

$$(x - 3)^2 + (y - 4)^2 - 8 = x^2 - 6x + 9 + y^2 - 8y + 16 - 8 = x^2 + y^2 - 6x - 8y + 17 \quad \checkmark$$

— **Point de test** : $(5; 2)$ donne $25 + 4 - 30 - 16 + 17 = 0$ ✓ ; et $\overrightarrow{MA}(-4; 0) \cdot \overrightarrow{MB}(0; 4) = 0$ ✓

Réponse. Le cercle de diamètre $[AB]$: $(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 8$.

Correction de l'exercice 10 - Cercle inscrit dans un angle

— **Centre** : de la forme $\Omega(a; a)$ avec $a > 0$.

— **Tangence à l'axe des abscisses** : la distance du centre à cet axe vaut $|a| = a$, donc $R = a$.

— **Tangence à l'axe des ordonnées** : la distance vaut également a — automatiquement satisfaite ✓

— **Conclusion** : tout cercle de centre $(a; a)$ et de rayon a convient. Il y a donc une **infinité** de solutions, formant une famille à un paramètre.

$$(x - a)^2 + (y - a)^2 = a^2$$

— **Exemple avec $a = 2$** : $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$, tangent en $(2; 0)$ et $(0; 2)$ ✓

— **Contrôle** : $(2; 0)$ donne $0 + 4 = 4$ ✓

— **Raison géométrique** : le centre d'un cercle tangent aux deux axes est nécessairement sur une **bissectrice** des axes — ici $y = x$, d'où la condition automatiquement vérifiée.

— **Condition supplémentaire** : si l'on impose en outre le passage par un point donné, par exemple $(1; 0)$, alors $(1 - a)^2 + a^2 = a^2$ donne $a = 1$ et le cercle est unique ✓

Réponse. Tout cercle $(x - a)^2 + (y - a)^2 = a^2$ avec $a > 0$ (rayon = a).

Correction de l'exercice 11 - Discriminant et position

— **Substitution** : $(x - 1)^2 + (m - 2)^2 = 4$, soit

$$(x - 1)^2 = 4 - (m - 2)^2$$

— **Discussion** :

— Si $4 - (m - 2)^2 > 0$, soit $|m - 2| < 2$ et $0 < m < 4$: **deux** points.

— Si $(m - 2)^2 = 4$, soit $m = 0$ ou $m = 4$: **un** point (tangence).

— Si $(m - 2)^2 > 4$, soit $m < 0$ ou $m > 4$: **aucun** point.

— **Contrôles** : pour $m = 2$ (le centre), $(x - 1)^2 = 4$ donne $x = -1$ ou $x = 3$ — deux points, la corde étant le **diamètre** horizontal ✓

— Pour $m = 4$, $(x - 1)^2 = 0$ donne le seul point $(1; 4)$ — le **sommet** du cercle ✓

— Pour $m = 5$, $(x - 1)^2 = -5 < 0$: impossible ✓

— **Lecture géométrique** : le cercle a pour centre $(1; 2)$ et rayon 2, il est donc « compris » entre les horizontales $y = 0$ et $y = 4$ — d'où exactement cet intervalle ✓

— **Longueur de la corde** : $2\sqrt{4 - (m - 2)^2}$, maximale (4) pour $m = 2$.

Réponse. Deux points si $0 < m < 4$, un si $m \in \{0; 4\}$, aucun sinon.

Correction de l'exercice 12 - Configuration avec trois cercles

— **Distances entre centres** :

— $AB = 2$;

— $AC = \sqrt{1 + 3} = 2$;

— $BC = \sqrt{1 + 3} = 2$.

— **Triangle équilatéral** de côté 2 ✓

— **Condition de tangence extérieure** : $d = R_1 + R_2 = 1 + 1 = 2$ ✓ — vérifiée pour les trois paires.

— **Conclusion** : les trois cercles sont **tangents extérieurement** deux à deux.

— **Points de contact** : les milieux des côtés, soit $(1; 0)$, $\left(0,5; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ et $\left(1,5; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

— **Contrôle** : $(1; 0)$ est à distance 1 de A et de B ✓

— **Contrôle du deuxième** : $0,25 + 0,75 = 1$ pour la distance à A ✓

— **Cercle circonscrit aux trois contacts** : de centre le centre de gravité $\left(1; \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ — avec $\frac{\sqrt{3}}{3} \approx 0,5774$.

— **Aire de l'« espace vide » central** : celle du triangle équilatéral ($\sqrt{3} \approx 1,732$) moins trois secteurs de 60° et de rayon 1 ($3 \times \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} \approx 1,5708$), soit environ 0,1613.

Réponse. Les centres forment un triangle équilatéral de côté $2 = R_1 + R_2$: tangence deux à deux.

Correction de l'exercice 13 - Distance et minimum

— **Écriture cartésienne** : $2x - y - 1 = 0$, de vecteur normal $\vec{n}(2; -1)$.

— **Distance** :

$$d(P, d) = \frac{|6 - 4 - 1|}{\sqrt{4 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{5}} \approx 0,44721$$

— **Projeté** : $H = P + t\vec{n}$; on résout $2(3 + 2t) - (4 - t) - 1 = 0$.

— **Calcul** : $6 + 4t - 4 + t - 1 = 1 + 5t = 0$, donc $t = -0,2$.

— **Point** : $H(3 - 0,4; 4 + 0,2) = H(2,6; 4,2)$.

— **Contrôles** : H est sur d car $2 \times 2,6 - 1 = 4,2$ ✓

— **Distance** : $|\overline{PH}| = \|(-0,4; 0,2)\| = \sqrt{0,16 + 0,04} = \sqrt{0,2} \approx 0,44721$ ✓

— **Contrôle par la formule** : $|t| \times \|\vec{n}\| = 0,2 \times \sqrt{5} \approx 0,44721$ ✓

— **Contrôle par un autre point de d** : le point $(3; 5)$ appartient à d et se trouve à la distance 1 de P — plus que 0,447 ✓

— **Minimalité** : pour tout M de d , $PM^2 = PH^2 + HM^2 \geq PH^2$ — le minimum est atteint en H ✓

Réponse. $H(2,6; 4,2)$, à distance $\frac{1}{\sqrt{5}} \approx 0,447$.

Correction de l'exercice 14 - Cercle et paramètre

— **Complétion** : $(x - 2)^2 - 4 + (y + 3)^2 - 9 + k = 0$, soit

$$(x-2)^2 + (y+3)^2 = 13 - k$$

— **Condition** : il faut $13 - k > 0$, donc

$$k < 13$$

— **Rayon** : $R = \sqrt{13 - k}$.

— **Centre** : $\Omega(2; -3)$, **indépendant** de k — la famille est constituée de cercles **concentriques** ✓

— **Cas limites** : $k = 13$ donne le seul point Ω ; $k > 13$ donne l'**ensemble vide**.

— **Exemples** : $k = 4$ donne $R = 3$; $k = -12$ donne $R = 5$; $k = 12$ donne $R = 1$.

— **Contrôle pour** $k = 4$: le point $(5; -3)$ donne $25 + 9 - 20 - 18 + 4 = 0$ ✓, et il est bien à distance 3 de Ω ✓

— **Passage par l'origine** : $O(0; 0)$ appartient au cercle si $k = 0$, et alors $R = \sqrt{13} \approx 3,606$ — égal à ΩO ✓

Réponse. $k < 13$, avec $R = \sqrt{13 - k}$ et le centre fixe $\Omega(2; -3)$.

Correction de l'exercice 15 - Symétrie d'un cercle

Symétrie centrale de centre O . Elle transforme $(x; y)$ en $(-x; -y)$, donc le centre $\Omega(1; 2)$ devient $\Omega'(-1; -2)$, le rayon étant conservé.

$$(x+1)^2 + (y+2)^2 = 4$$

Symétrie d'axe (Oy) . Elle transforme $(x; y)$ en $(-x; y)$, donc Ω devient $(-1; 2)$.

$$(x+1)^2 + (y-2)^2 = 4$$

— **Contrôle du premier** : $(1; 2)$ étant sur le cercle initial... vérifions plutôt avec un point réel du cercle, $(3; 2)$: $4 + 0 = 4$ ✓ Son image par la symétrie centrale est $(-3; -2)$, et $(-3+1)^2 + (-2+2)^2 = 4$ ✓

— **Contrôle du second** : l'image de $(3; 2)$ est $(-3; 2)$, et $(-3+1)^2 + (2-2)^2 = 4$ ✓

— **Invariance du rayon** : les deux symétries sont des **isométries**, elles conservent donc les distances et le rayon ✓

— **Remarque** : les deux cercles images se coupent-ils ? Leurs centres $(-1; -2)$ et $(-1; 2)$ sont distants de $4 = R_1 + R_2$ — ils sont **tangents** en $(-1; 0)$ ✓

— **Vérification** : $(-1; 0)$ donne $0 + 4 = 4$ dans les deux équations ✓

Réponse. $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 4$ et $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 4$.

Correction de l'exercice 16 - Synthèse : configuration complète

a) **Cercle** : centre $\Omega(4; 0)$, rayon 4.

$$(x-4)^2 + y^2 = 16 \quad \text{ou} \quad x^2 + y^2 - 8x = 0$$

b) **Test de position** : la droite s'écrit $x - y - 2 = 0$, donc

$$d(\Omega, d) = \frac{|4 - 0 - 2|}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \approx 1,4142$$

— $\sqrt{2} < 4$, donc la droite est **sécante** ✓

— **Points d'intersection** : en substituant $y = x - 2$ dans $x^2 + y^2 - 8x = 0$:

$$x^2 + (x-2)^2 - 8x = 2x^2 - 12x + 4 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 - 6x + 2 = 0$$

— **Résolution** : $\Delta = 36 - 8 = 28$, donc $x = \frac{6 \pm 2\sqrt{7}}{2} = 3 \pm \sqrt{7}$.

- **Valeurs** : $x_1 \approx 5,6458$ et $x_2 \approx 0,3542$, avec $y = x - 2$.
 $M_1(5,646; 3,646) \quad M_2(0,354; -1,646)$

- **Contrôle** : $x_1^2 + y_1^2 - 8x_1 \approx 31,875 + 13,292 - 45,166 = 0 \quad \checkmark$

c) **Longueur de la corde** :

$$\ell = 2\sqrt{R^2 - d^2} = 2\sqrt{16 - 2} = 2\sqrt{14} \approx 7,4833$$

- **Contrôle direct** : $M_1M_2 = \sqrt{(2\sqrt{7})^2 + (2\sqrt{7})^2} = 2\sqrt{7}\sqrt{2} = 2\sqrt{14} \quad \checkmark$

— **Aire du triangle $\Omega M_1 M_2$** :

$$A = \frac{\ell \times d}{2} = \frac{2\sqrt{14} \times \sqrt{2}}{2} = \sqrt{28} = 2\sqrt{7} \approx 5,2915$$

- **Contrôle** : le triangle est isocèle de côtés 4, 4 et $2\sqrt{14} \approx 7,483$; sa hauteur depuis Ω vaut $\sqrt{2}$, d'où l'aire $\frac{7,483 \times 1,4142}{2} \approx 5,2915 \quad \checkmark$

- **Angle au centre** : $\sin \frac{\theta}{2} = \frac{\sqrt{14}}{4} \approx 0,9354$, donc $\frac{\theta}{2} \approx 69,30^\circ$ et $\theta \approx 138,59^\circ$ — un angle obtus, cohérent avec une corde presque égale au diamètre $\checkmark$

Réponse. a) $(x - 4)^2 + y^2 = 16$ · b) sécante en $3 \pm \sqrt{7}$ · c) corde $2\sqrt{14} \approx 7,48$ et aire $2\sqrt{7} \approx 5,29$.