

Plaquette 3 – Problèmes de géométrie

Géométrie repérée – Première spé maths

Exercices

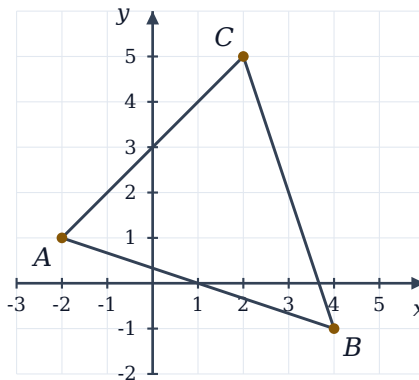
Méthode

Des problèmes complets : déterminer la nature d'une figure, construire une hauteur, une médiatrice, un cercle circonscrit, prouver que trois droites sont concourantes. Chaque question se résout en **traduisant** la géométrie en calculs de coordonnées, puis en **revenant** à une conclusion géométrique rédigée.

Exercice 1 – Nature d'un triangle et aire

On donne $A(-2; 1)$, $B(4; -1)$ et $C(2; 5)$.

- Déterminer la nature du triangle ABC .
- Calculer son aire.



Le triangle ABC

Exercice 2 – Les trois hauteurs

On donne $A(0; 0)$, $B(6; 2)$ et $C(2; 6)$.

- Déterminer une équation de la hauteur issue de A , puis de celle issue de B .
- En déduire les coordonnées de l'orthocentre H .
- Vérifier que H appartient à la hauteur issue de C .

Exercice 3 – Le centre du cercle circonscrit

On donne $A(1; 1)$, $B(7; 3)$ et $C(3; 7)$.

- Déterminer une équation de la médiatrice de $[AB]$, puis de celle de $[AC]$.
- En déduire le centre Ω du cercle circonscrit au triangle ABC , puis son rayon.

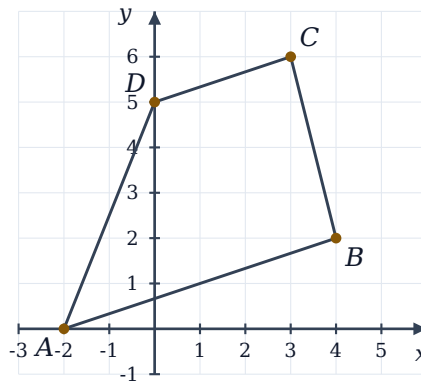
Exercice 4 – L'équation du cercle circonscrit

Avec les points de l'exercice précédent, déterminer une équation du cercle circonscrit au triangle ABC , sous forme canonique puis développée.

Exercice 5 - Un trapèze

On donne $A(-2; 0)$, $B(4; 2)$, $C(3; 6)$ et $D(0; 5)$.

Démontrer que $ABCD$ est un trapèze, et préciser s'il est rectangle.



Le quadrilatère ABCD

Exercice 6 - Les médianes concourantes

On donne $A(0; 0)$, $B(8; 0)$ et $C(2; 6)$.

- Déterminer une équation de la médiane issue de A et de celle issue de B .
- Calculer leur point d'intersection et vérifier qu'il s'agit du centre de gravité.

Exercice 7 - Le projeté et la distance

Soit la droite $d: y = 2x$ et le point $P(5; 0)$.

- Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal H de P sur d .
- En déduire la distance de P à la droite d .

Exercice 8 - Le symétrique par rapport à une droite

Avec la droite $d: y = 2x$ et le point $P(5; 0)$ de l'exercice précédent, déterminer les coordonnées du symétrique P' de P par rapport à d .

Exercice 9 - Trois droites concourantes

On considère les droites $d_1: x + y - 6 = 0$, $d_2: 2x - y - 3 = 0$ et $d_3: 3x - 4y + 1 = 0$. Ces trois droites sont-elles concourantes ? Justifier par le calcul.

Exercice 10 - Diagonales d'un quadrilatère

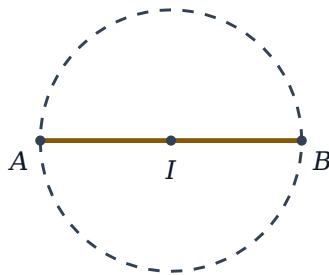
On donne $A(-1; -1)$, $B(5; 1)$, $C(4; 5)$ et $D(-2; 3)$.

- Démontrer que $ABCD$ est un parallélogramme.
- Déterminer les coordonnées du point d'intersection de ses diagonales.
- Calculer les longueurs des diagonales. Le parallélogramme est-il un rectangle ?

Exercice 11 – Un lieu de points

On donne $A(0; 0)$ et $B(6; 0)$.

Déterminer et représenter l'ensemble des points $M(x; y)$ tels que $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$.

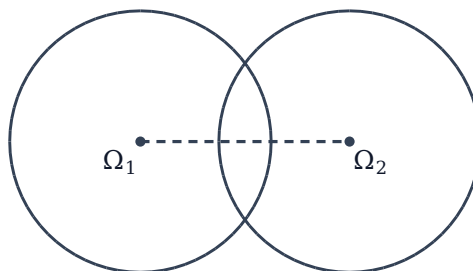


Le segment $[AB]$ et le cercle cherché

Exercice 12 – Deux cercles

Soit C_1 le cercle de centre $\Omega_1(0; 0)$ et de rayon 5, et C_2 celui de centre $\Omega_2(8; 0)$ et de rayon 5.

- Déterminer les points d'intersection des deux cercles.
- Vérifier que la droite passant par ces deux points est perpendiculaire à $(\Omega_1\Omega_2)$.



Deux cercles de rayon 5 dont les centres sont distants de 8

Exercice 13 – Le plan du jardin

Sur le plan d'un jardin gradué en mètres, un arbre est en $A(2; 3)$, un puits en $P(10; 9)$ et une cabane en $C(12; 1)$.

- Le jardinier veut placer un banc à égale distance de l'arbre et du puits, sur la droite (AC) . Déterminer les coordonnées de ce banc.
- Quelle distance sépare le banc de l'arbre ?

Exercice 14 – Aire et hauteur

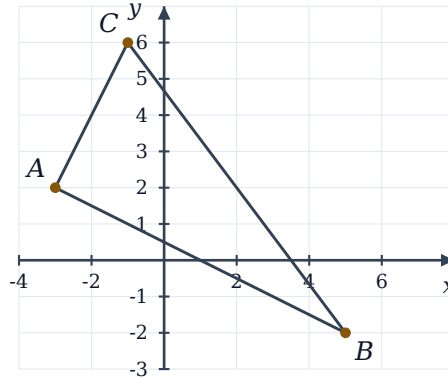
On donne $A(0; 0)$, $B(9; 3)$ et $C(4; 8)$.

- Calculer l'aire du triangle ABC par le déterminant.
- En déduire la longueur de la hauteur issue de C .

Exercice 15 - Synthèse : une configuration complète

On donne $A(-3 ; 2)$, $B(5 ; -2)$ et $C(-1 ; 6)$.

- Démontrer que le triangle ABC est rectangle en A .
- En déduire le centre et le rayon de son cercle circonscrit.
- Déterminer les coordonnées du point D tel que $ABDC$ soit un rectangle.



Le triangle ABC