Plaquette 3 – Problèmes de géométrie

Géométrie repérée — Première spé maths

Exercices

Méthode

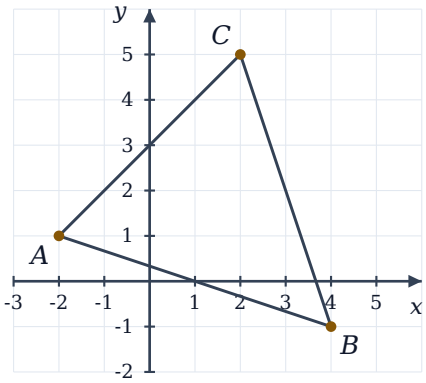
Des problèmes complets : déterminer la nature d'une figure, construire une hauteur, une médiatrice, un cercle circonscrit, prouver que trois droites sont concourantes. Chaque question se résout en **traduisant** la géométrie en calculs de coordonnées, puis en **revenant** à une conclusion géométrique rédigée.

Exercice 1 – Nature d'un triangle et aire

On donne $A(-2\,;1)$, $B(4\,;-1)$ et $C(2\,;5)$.

a) Déterminer la nature du triangle ABC.

b) Calculer son aire.



Le triangle ABC

Exercice 2 – Les trois hauteurs

On donne $A(0\,;0)$, $B(6\,;2)$ et $C(2\,;6)$.

a) Déterminer une équation de la hauteur issue de A, puis de celle issue de B.

b) En déduire les coordonnées de l'orthocentre H.

c) Vérifier que H appartient à la hauteur issue de C.

Exercice 3 – Le centre du cercle circonscrit

On donne $A(1\,;1)$, $B(7\,;3)$ et $C(3\,;7)$.

a) Déterminer une équation de la médiatrice de $[AB]$, puis de celle de $[AC]$.

b) En déduire le centre Ω du cercle circonscrit au triangle ABC, puis son rayon.

Exercice 4 – L'équation du cercle circonscrit

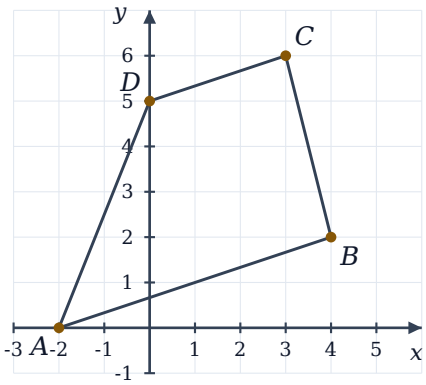
Avec les points de l'exercice précédent, déterminer une équation du cercle circonscrit au triangle ABC, sous forme canonique puis développée.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 5 – Un trapèze

On donne $A(-2\,;0)$, $B(4\,;2)$, $C(3\,;6)$ et $D(0\,;5)$.

Démontrer que $ABCD$ est un trapèze, et préciser s'il est rectangle.



Le quadrilatère ABCD

Exercice 6 – Les médianes concourantes

On donne $A(0\,;0)$, $B(8\,;0)$ et $C(2\,;6)$.

a) Déterminer une équation de la médiane issue de A et de celle issue de B.

b) Calculer leur point d'intersection et vérifier qu'il s'agit du centre de gravité.

Exercice 7 – Le projeté et la distance

Soit la droite $d : y = 2x$ et le point $P(5\,;0)$.

a) Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal H de P sur d.

b) En déduire la distance de P à la droite d.

Exercice 8 – Le symétrique par rapport à une droite

Avec la droite $d : y = 2x$ et le point $P(5\,;0)$ de l'exercice précédent, déterminer les coordonnées du symétrique P' de P par rapport à d.

Exercice 9 – Trois droites concourantes

On considère les droites $d_1 : x + y - 6 = 0$, $d_2 : 2x - y - 3 = 0$ et $d_3 : 3x - 4y + 1 = 0$.

Ces trois droites sont-elles concourantes ? Justifier par le calcul.

Exercice 10 – Diagonales d'un quadrilatère

On donne $A(-1\,;-1)$, $B(5\,;1)$, $C(4\,;5)$ et $D(-2\,;3)$.

a) Démontrer que $ABCD$ est un parallélogramme.

b) Déterminer les coordonnées du point d'intersection de ses diagonales.

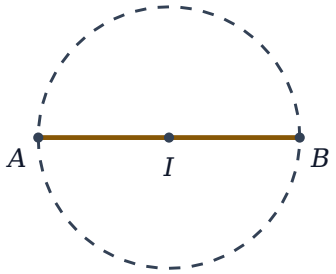
c) Calculer les longueurs des diagonales. Le parallélogramme est-il un rectangle ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 11 – Un lieu de points

On donne $A(0\,;0)$ et $B(6\,;0)$.

Déterminer et représenter l'ensemble des points $M(x\,;y)$ tels que $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=0$.



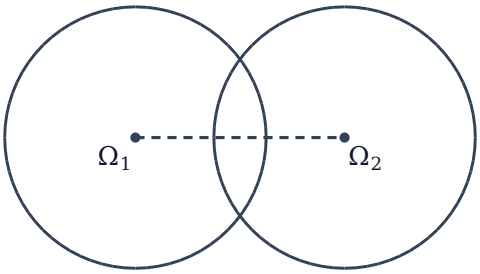
Le segment [AB] et le cercle cherché

Exercice 12 – Deux cercles

Soit C_1 le cercle de centre $\Omega_1(0\,;0)$ et de rayon 5, et C_2 celui de centre $\Omega_2(8\,;0)$ et de rayon 5.

a) Déterminer les points d'intersection des deux cercles.

b) Vérifier que la droite passant par ces deux points est perpendiculaire à $(\Omega_1\Omega_2)$.



Deux cercles de rayon 5 dont les centres sont distants de 8

Exercice 13 – Le plan du jardin

Sur le plan d'un jardin gradué en mètres, un arbre est en $A(2\,;3)$, un puits en $P(10\,;9)$ et une cabane en $C(12\,;1)$.

a) Le jardinier veut placer un banc à égale distance de l'arbre et du puits, sur la droite (AC). Déterminer les coordonnées de ce banc.

b) Quelle distance sépare le banc de l'arbre ?

Exercice 14 – Aire et hauteur

On donne $A(0\,;0)$, $B(9\,;3)$ et $C(4\,;8)$.

a) Calculer l'aire du triangle ABC par le déterminant.

b) En déduire la longueur de la hauteur issue de C.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

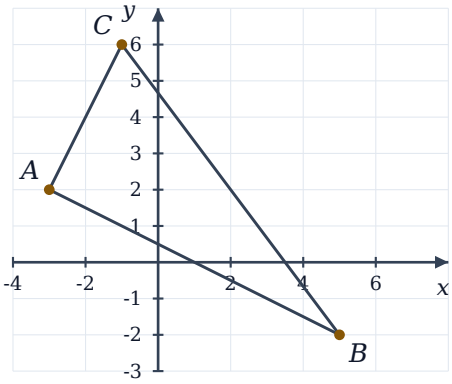
Exercice 15 – Synthèse : une configuration complète

On donne $A(-3\,;2)$, $B(5\,;-2)$ et $C(-1\,;6)$.

a) Démontrer que le triangle ABC est rectangle en A.

b) En déduire le centre et le rayon de son cercle circonscrit.

c) Déterminer les coordonnées du point D tel que $ABDC$ soit un rectangle.



Le triangle ABC

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).