

Plaquette 5 - Problèmes de synthèse :
cercles, tangentes et configurations
Géométrie repérée — Première spé maths
Exercices

Méthode

On manipule les **équations de cercles** (forme développée $\leftrightarrow$ forme canonique), on étudie les **intersections** droite-cercle et cercle-cercle, et on résout des **configurations** mêlant droites, cercles et distances.

Exercice 1 - Forme développée d'un cercle

L'équation $x^2 + y^2 + 2x - 8y + 8 = 0$ définit-elle un cercle ? Si oui, en donner centre et rayon.

Exercice 2 - Intersection droite-cercle

Déterminer les points d'intersection du cercle $x^2 + y^2 = 10$ et de la droite $y = x + 2$.

Exercice 3 - Tangence à déterminer

Pour quelles valeurs de p la droite $y = x + p$ est-elle tangente au cercle $x^2 + y^2 = 8$?

Exercice 4 - Tangentes issues d'un point

Calculer la longueur des tangentes menées du point $P(6 ; 0)$ au cercle $x^2 + y^2 = 9$.

Exercice 5 - Deux cercles sécants

Déterminer les points communs aux cercles $x^2 + y^2 = 25$ et $(x - 8)^2 + y^2 = 25$.

Exercice 6 - Cercle par trois points

Déterminer l'équation du cercle passant par $A(0 ; 0)$, $B(4 ; 0)$ et $C(0 ; 2)$.

Exercice 7 - Corde de longueur donnée

Sur le cercle de centre O et de rayon 5, à quelle distance du centre se trouve une corde de longueur 8 ?

Exercice 8 - Cercle tangent à une droite

Déterminer l'équation du cercle de centre $\Omega(3 ; 4)$ tangent à la droite $d: 3x + 4y - 10 = 0$.

Exercice 9 - Lieu avec produit scalaire

Déterminer l'ensemble des points M tels que $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$, avec $A(1 ; 2)$ et $B(5 ; 6)$.

Exercice 10 - Cercle inscrit dans un angle

Déterminer le rayon du cercle de centre situé sur la droite $y = x$, tangent à la fois à l'axe des abscisses et à l'axe des ordonnées, passant dans le premier quadrant.

Exercice 11 - Discriminant et position

Selon m , déterminer le nombre de points d'intersection de la droite $y = m$ et du cercle $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 4$.

Exercice 12 - Configuration avec trois cercles

Trois cercles de rayon 1 ont pour centres $A(0 ; 0)$, $B(2 ; 0)$ et $C(1 ; \sqrt{3})$. Montrer qu'ils sont tangents deux à deux.

Exercice 13 - Distance et minimum

Déterminer le point de la droite $d: y = 2x - 1$ le plus proche de $P(3 ; 4)$, et la distance minimale.

Exercice 14 - Cercle et paramètre

Pour quelles valeurs de k l'équation $x^2 + y^2 - 4x + 6y + k = 0$ définit-elle un cercle ? Donner alors son rayon.

Exercice 15 - Symétrie d'un cercle

Déterminer l'image du cercle $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 4$ par la symétrie centrale de centre $O(0 ; 0)$, puis par la symétrie d'axe (Oy) .

Exercice 16 - Synthèse : configuration complète

Soient $A(0 ; 0)$, $B(8 ; 0)$ et le cercle C de diamètre $[AB]$.

- Donner l'équation de C .
- La droite $d: y = x - 2$ coupe-t-elle C ? Si oui, en quels points ?
- Calculer la longueur de la corde obtenue et l'aire du triangle formé avec le centre.