Plaquette 5 – Problèmes de synthèse : cercles, tangentes et configurations

Géométrie repérée — Première spé maths

Exercices

Méthode

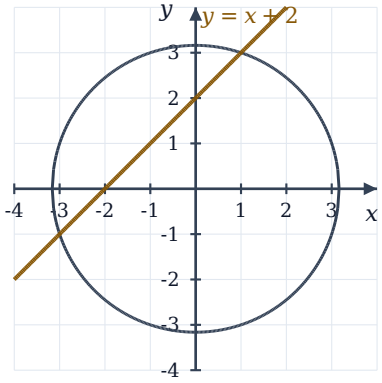
On manipule les **équations de cercles** (forme développée ↔ forme canonique), on étudie les **intersections** droite–cercle et cercle–cercle, et on résout des **configurations** mêlant droites, cercles et distances.

Exercice 1 – Forme développée d'un cercle

L'équation $x^2 + y^2 + 2x - 8y + 8 = 0$ définit-elle un cercle ? Si oui, en donner centre et rayon.

Exercice 2 – Intersection droite-cercle

Déterminer les points d'intersection du cercle $x^2 + y^2 = 10$ et de la droite $y = x + 2$.



Le cercle d'équation x² + y² = 10 et la droite

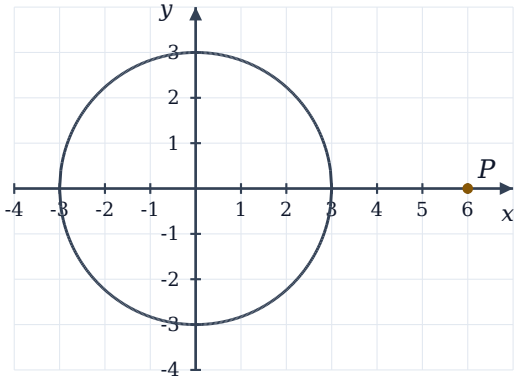
Exercice 3 – Tangence à déterminer

Pour quelles valeurs de p la droite $y = x + p$ est-elle tangente au cercle $x^2 + y^2 = 8$?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 4 – Tangentes issues d'un point

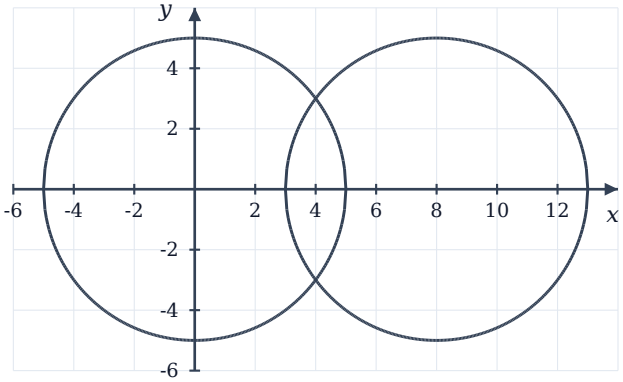
Calculer la longueur des tangentes menées du point $P(6\,;0)$ au cercle $x^2+y^2=9$.



Le cercle de centre O et de rayon 3, et le point P

Exercice 5 – Deux cercles sécants

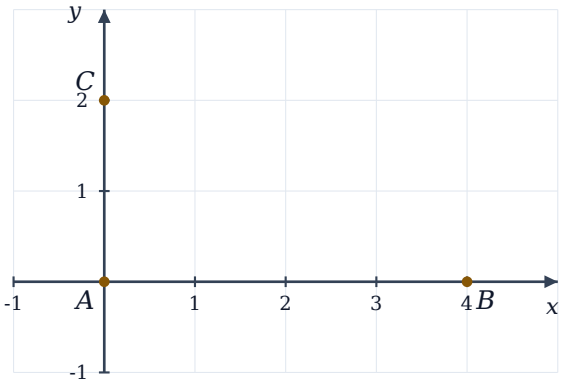
Déterminer les points communs aux cercles $x^2+y^2=25$ et $(x-8)^2+y^2=25$.



Les deux cercles de rayon 5

Exercice 6 – Cercle par trois points

Déterminer l'équation du cercle passant par $A(0\,;0)$, $B(4\,;0)$ et $C(0\,;2)$.



Les trois points par lesquels doit passer le cercle

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 7 – Corde de longueur donnée

Sur le cercle de centre O et de rayon 5, à quelle distance du centre se trouve une corde de longueur 8 ?

Exercice 8 – Cercle tangent à une droite

Déterminer l'équation du cercle de centre $\Omega(3\,;4)$ tangent à la droite d:$3x+4y-10=0$.

Exercice 9 – Lieu avec produit scalaire

Déterminer l'ensemble des points M tels que $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=0$, avec $A(1\,;2)$ et $B(5\,;6)$.

Exercice 10 – Cercle inscrit dans un angle

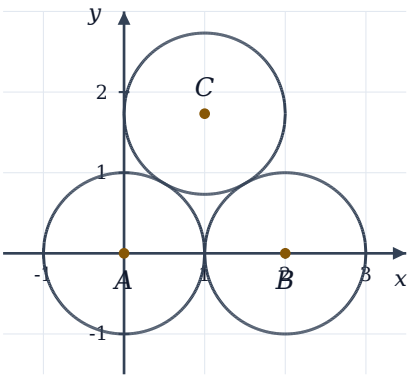
Déterminer le rayon du cercle de centre situé sur la droite $y=x$, tangent à la fois à l'axe des abscisses et à l'axe des ordonnées, passant dans le premier quadrant.

Exercice 11 – Discriminant et position

Selon m, déterminer le nombre de points d'intersection de la droite $y=m$ et du cercle $(x-1)^2+(y-2)^2=4$.

Exercice 12 – Configuration avec trois cercles

Trois cercles de rayon 1 ont pour centres $A(0\,;0)$, $B(2\,;0)$ et $C\left(1\,;\sqrt{3}\right)$. Montrer qu'ils sont tangents deux à deux.



Les trois cercles de rayon 1

Exercice 13 – Distance et minimum

Déterminer le point de la droite d:$y=2x-1$ le plus proche de $P(3\,;4)$, et la distance minimale.

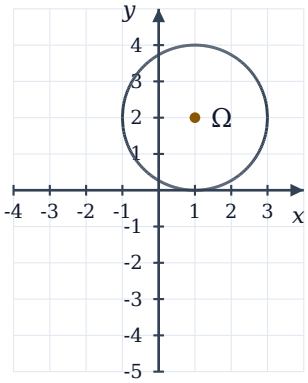
mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 14 – Cercle et paramètre

Pour quelles valeurs de k l'équation $x^2 + y^2 - 4x + 6y + k = 0$ définit-elle un cercle ? Donner alors son rayon.

Exercice 15 – Symétrie d'un cercle

Déterminer l'image du cercle $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$ par la symétrie centrale de centre $O(0\,;0)$, puis par la symétrie d'axe (Oy).



Le cercle de centre (1 ; 2) et de rayon 2

Exercice 16 – Synthèse : configuration complète

Soient $A(0\,;0)$, $B(8\,;0)$ et le cercle C de diamètre $[AB]$.

a) Donner l'équation de C.

b) La droite $d : y = x - 2$ coupe-t-elle C ? Si oui, en quels points ?

c) Calculer la longueur de la corde obtenue et l'aire du triangle formé avec le centre.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).