

Plaquette 1 - Vecteurs et coordonnées

Géométrie repérée — Première spé maths

Exercices

Méthode

Tout se calcule à partir des coordonnées : vecteur, norme, milieu, colinéarité. On apprend à **traduire** une propriété géométrique — alignement, parallélogramme, égalité de longueurs — en un calcul sur les coordonnées, puis à rédiger la conclusion.

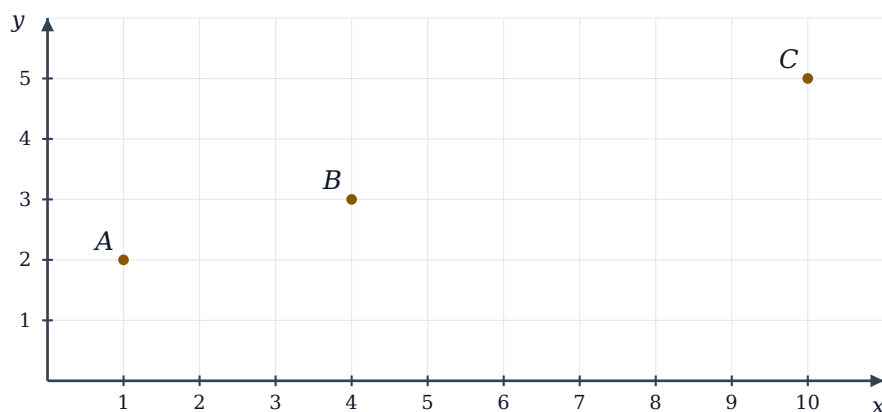
Exercice 1 - Coordonnées et normes

On donne $A(-2 ; 3)$, $B(4 ; 1)$ et $C(0 ; -5)$ dans un repère orthonormé.

- Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
- Calculer les longueurs AB et AC .

Exercice 2 - Trois points alignés ?

Les points $A(1 ; 2)$, $B(4 ; 3)$ et $C(10 ; 5)$ sont-ils alignés ?

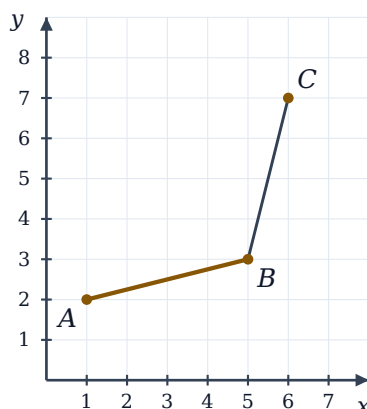


Trois points à tester

Exercice 3 – Le quatrième sommet

On donne $A(1 ; 2)$, $B(5 ; 3)$ et $C(6 ; 7)$.

Déterminer les coordonnées du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.



Trois sommets d'un parallélogramme

Exercice 4 – Deux droites parallèles

On donne $A(-1 ; 0)$, $B(3 ; 2)$, $C(0 ; 5)$ et $D(6 ; 8)$.

Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ?

Exercice 5 – Le milieu et le symétrique

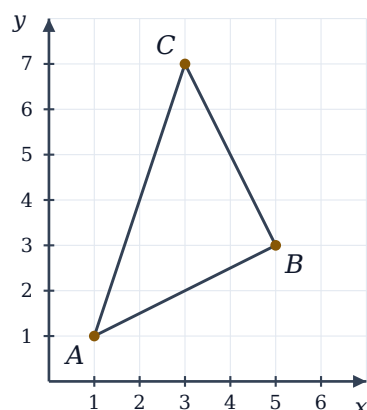
On donne $A(-4 ; 1)$ et $B(2 ; 7)$.

a) Calculer les coordonnées du milieu I de $[AB]$.

b) Déterminer les coordonnées du symétrique A' de A par rapport à B .

Exercice 6 – Un triangle isocèle ?

On donne $A(1 ; 1)$, $B(5 ; 3)$ et $C(3 ; 7)$. Déterminer la nature du triangle ABC .

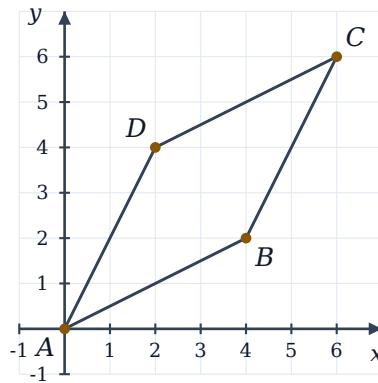


Le triangle ABC

Exercice 7 - Reconnaître un losange

On donne $A(0; 0)$, $B(4; 2)$, $C(6; 6)$ et $D(2; 4)$.

Démontrer que $ABCD$ est un losange.



Le quadrilatère ABCD

Exercice 8 - Le point d'un segment

On donne $A(-2; 1)$ et $B(6; 9)$.

Déterminer les coordonnées du point M de $[AB]$ tel que $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$.

Exercice 9 - Chercher une inconnue

On donne $A(2; -1)$, $B(5; 3)$ et $C(k; 11)$.

Déterminer le réel k pour que les points A , B et C soient alignés.

Exercice 10 - Le centre de gravité

Dans un triangle ABC avec $A(0; 0)$, $B(6; 0)$ et $C(3; 9)$:

- Déterminer les coordonnées du milieu I de $[BC]$.
- Déterminer les coordonnées du point G tel que $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AI}$, appelé centre de gravité du triangle.
- Vérifier que G a pour coordonnées la moyenne de celles des trois sommets.

Exercice 11 - Décomposer un vecteur

On donne $\vec{u}\begin{pmatrix} 7 \\ 4 \end{pmatrix}$, $\vec{i}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\vec{j}\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$.

Déterminer les réels a et b tels que $\vec{u} = a\vec{i} + b\vec{j}$.

Exercice 12 - Le point équidistant

On donne $A(1; 2)$ et $B(7; 4)$.

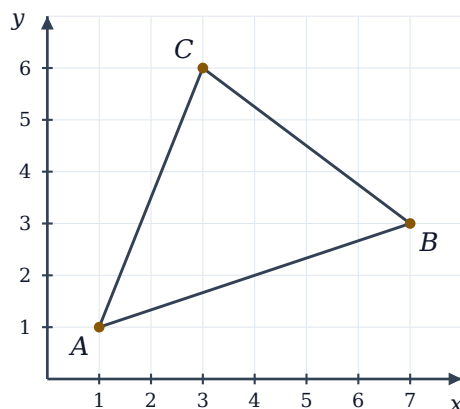
Déterminer les coordonnées du point M de l'axe des abscisses tel que $MA = MB$.

Exercice 13 - L'aire d'un triangle par les coordonnées

On donne $A(1; 1)$, $B(7; 3)$ et $C(3; 6)$.

a) Calculer $\det(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$.

b) On admet que l'aire du triangle vaut la moitié de la valeur absolue de ce déterminant. Calculer l'aire de ABC .



Triangle dont on cherche l'aire

Exercice 14 - Le plan du skatepark

Sur le plan d'un skatepark gradué en mètres, une rampe va de $R(4; 2)$ à $S(16; 7)$, et un banc est placé en $T(10; 12)$.

- Quelle est la longueur de la rampe ?
- Le banc est-il aligné avec la rampe ?
- Où se trouve le milieu de la rampe ?

Exercice 15 - Synthèse : un quadrilatère complet

On donne $A(-1; 0)$, $B(3; -2)$, $C(5; 2)$ et $D(1; 4)$.

- Démontrer que $ABCD$ est un parallélogramme.
- Calculer AB et AD . Que peut-on en déduire ?
- Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$. Conclure sur la nature exacte de $ABCD$.