

Plaquette 4 – Schéma de Bernoulli, coefficients binomiaux et calculs de probabilités

Loi de Bernoulli et loi binomiale — Première spé maths

Corrections détaillées

Boîte à outils

Épreuve de Bernoulli : une expérience à **deux issues**, succès (probabilité p) ou échec (probabilité $1 - p$).

Schéma de Bernoulli : la répétition de n épreuves **identiques** et **indépendantes**.

Loi binomiale. Si X compte les succès, on note $X \sim B(n; p)$ et

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k} \quad \text{pour } k \in \{0, 1, \dots, n\}$$

Coefficient binomial $\binom{n}{k}$ — le nombre de chemins de l'arbre menant à k succès :

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} \quad \binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1 \quad \binom{n}{1} = n \quad \binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

Triangle de Pascal : $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$.

$n \setminus k$	0	1	2	3	4	5
0	1	·	·	·	·	·
1	1	1	·	·	·	·
2	1	2	1	·	·	·
3	1	3	3	1	·	·
4	1	4	6	4	1	·
5	1	5	10	10	5	1

Paramètres.

$$E(X) = np \quad V(X) = np(1 - p) \quad \sigma(X) = \sqrt{np(1 - p)}$$

Événements composés.

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - (1 - p)^n \quad P(X \geq k) = 1 - P(X \leq k - 1)$$

Vérifier qu'on a bien un schéma de Bernoulli. Un tirage **sans remise** brise l'indépendance : la loi n'est alors **pas** binomiale (sauf si la population est très grande devant l'échantillon).

Correction de l'exercice 1 – Reconnaître un schéma de Bernoulli

- **a) Oui.** 10 épreuves identiques et indépendantes, deux issues (6 ou non), donc $X \sim B\left(10; \frac{1}{6}\right)$ ✓
- **b) Non.** Le tirage **sans remise** rend les épreuves **dépendantes** — la composition de l'urne change à chaque tirage.
- **c) Oui.** $X \sim B(20; p)$, où p est la probabilité de face. Le fait que la pièce soit truquée ne change rien : il suffit que p reste **constant** ✓

- **d) Non.** Le nombre d'épreuves n'est **pas fixé** à l'avance — c'est une loi **géométrique**, pas binomiale.
- **Les trois conditions à vérifier :** nombre d'épreuves **fixé**, épreuves **identiques** (même p), épreuves **indépendantes**.
- **Cas limite du b)** : si l'urne contenait 10 000 boules et qu'on en tirait 3, l'approximation binomiale serait tout à fait acceptable — la composition varie alors de façon négligeable.
- **Contre-exemple supplémentaire :** « nombre de jours de pluie dans la semaine » n'est **pas** binomial, la météo d'un jour dépendant de la veille.

Réponse. a) et c) sont binomiales ; b) sans remise, d) nombre d'épreuves non fixé.

Correction de l'exercice 2 - Coefficients binomiaux

- **Formule :** $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$, mais on simplifie toujours avant de calculer.

$$\binom{5}{3} = \binom{5}{2} = \frac{5 \times 4}{2} = 10$$

$$\binom{7}{4} = \binom{7}{3} = \frac{7 \times 6 \times 5}{6} = 35$$

$$\binom{12}{1} = 12 \quad \binom{9}{9} = 1$$
- **Contrôle par le triangle de Pascal :** $\binom{5}{3} = \binom{4}{2} + \binom{4}{3} = 6 + 4 = 10 \checkmark$
- $\binom{7}{4} = \binom{6}{3} + \binom{6}{4} = 20 + 15 = 35 \checkmark$
- **Astuce de la symétrie :** $\binom{7}{4} = \binom{7}{3}$ — on choisit toujours le **plus petit** des deux indices pour minimiser les calculs.
- **Interprétation :** $\binom{5}{3} = 10$ est le nombre de façons de choisir 3 éléments parmi 5, ou le nombre de chemins à 3 succès dans un arbre de 5 épreuves.
- **Somme d'une ligne :** $\sum_k \binom{5}{k} = 2^5 = 32$ — contrôle : $1 + 5 + 10 + 10 + 5 + 1 = 32 \checkmark$

Réponse. 10, 35, 12 et 1.

Correction de l'exercice 3 - Probabilité ponctuelle

- **Deux succès :**

$$P(X = 2) = \binom{6}{2} \times 0,4^2 \times 0,6^4 = 15 \times 0,16 \times 0,1296 \approx 0,31104$$
- **Quatre succès :**

$$P(X = 4) = \binom{6}{4} \times 0,4^4 \times 0,6^2 = 15 \times 0,0256 \times 0,36 \approx 0,13824$$
- **Contrôles intermédiaires :** $0,6^4 = 0,1296 \checkmark$ et $0,4^4 = 0,0256 \checkmark$
- **Cohérence :** $\binom{6}{2} = \binom{6}{4} = 15$, mais les probabilités diffèrent — le coefficient est le même, pas les puissances $\checkmark$
- **Espérance :** $E(X) = 6 \times 0,4 = 2,4$, ce qui explique que $P(X = 2)$ soit bien plus grande que $P(X = 4) \checkmark$

- **Loi complète** : 0,046656 ; 0,186624 ; 0,31104 ; 0,27648 ; 0,13824 ; 0,036864 ; 0,004096.
 - **Contrôle de la somme** : $\approx 1,000000$ ✓
 - **Mode** : $k = 2$, valeur la plus probable, juste en dessous de l'espérance 2,4.
- Réponse.** $P(X = 2) \approx 0,311$ et $P(X = 4) \approx 0,138$.

Correction de l'exercice 4 - Au moins un succès

- **Modèle** : $X \sim B(8; 0,05)$.
 - **Contraire** : aucun billet frauduleux.
- $$P(X = 0) = 0,95^8 \approx 0,66342$$
- **Réponse** :
- $$P(X \geq 1) = 1 - 0,66342 \approx 0,33658$$
- **Contrôle** : $P(X = 1) = 8 \times 0,05 \times 0,95^7 = 0,4 \times 0,69834 \approx 0,27934$.
 - $P(X = 2) = 28 \times 0,0025 \times 0,95^6 \approx 0,07 \times 0,73509 \approx 0,05146$.
 - **Somme partielle** : $0,27934 + 0,05146 = 0,33080$, proche de 0,33658 — le reste (0,00578) correspond à $X \geq 3$ ✓
 - **Espérance** : $E(X) = 0,4$ fraude par lot de 8 billets.
 - **Erreur à éviter** : $8 \times 0,05 = 0,4$ n'est **pas** la probabilité d'au moins une fraude — c'est l'espérance du **nombre** de fraudes. L'écart avec 0,337 vient des cas à plusieurs fraudes.
 - **Pour dépasser 0,9** : il faudrait $n > \frac{\ln 0,1}{\ln 0,95} \approx 44,89$, donc 45 billets ✓

Réponse. $1 - 0,95^8 \approx 0,337$.

Correction de l'exercice 5 - Probabilité cumulée

- **Termes individuels** :
 - $P(X = 0) = 0,7^5 = 0,16807$;
 - $P(X = 1) = 5 \times 0,3 \times 0,7^4 = 1,5 \times 0,2401 = 0,36015$;
 - $P(X = 2) = 10 \times 0,09 \times 0,343 = 0,3087$.
 - **Cumul** :
- $$P(X \leq 2) = 0,16807 + 0,36015 + 0,3087 = 0,83692$$
- **Complémentaire** :
- $$P(X \geq 3) = 1 - 0,83692 = 0,16308$$
- **Contrôle par calcul direct** : $P(X = 3) = 10 \times 0,027 \times 0,49 = 0,1323$;
 $P(X = 4) = 5 \times 0,0081 \times 0,7 = 0,02835$; $P(X = 5) = 0,00243$.
 - **Somme** : $0,1323 + 0,02835 + 0,00243 = 0,16308$ ✓
 - **Contrôle de la loi totale** : $0,83692 + 0,16308 = 1$ ✓
 - **Espérance** : $E(X) = 1,5$, ce qui explique que la masse de probabilité se concentre sur $k \leq 2$ ✓
 - **Attention aux inégalités** : $P(X \geq 3) = 1 - P(X \leq 2)$, et **non** $1 - P(X \leq 3)$ — l'erreur d'un cran est la plus fréquente.

Réponse. $P(X \leq 2) \approx 0,837$ et $P(X \geq 3) \approx 0,163$.

Correction de l'exercice 6 - Espérance et variance

— **Modèle** : $X \sim B(200; 0,45)$.

— **Espérance** :

$$E(X) = 200 \times 0,45 = 90$$

— **Variance** :

$$V(X) = 200 \times 0,45 \times 0,55 = 49,5$$

— **Écart type** : $\sigma(X) = \sqrt{49,5} \approx 7,0356$.

— **Intervalle typique** ($\pm 2\sigma$) : $[90 - 14,07; 90 + 14,07] \approx [75,9; 104,1]$.

— **Lecture** : presque toutes les séries de 200 lancers donneront entre 76 et 104 faces ✓

— **Comparaison avec une pièce équilibrée** : on aurait $E = 100$ et $\sigma = \sqrt{50} \approx 7,07$ — l'intervalle serait $[85,9; 114,1]$.

— **Chevauchement** : les deux intervalles se recouvrent largement (entre 86 et 104), donc 200 lancers ne suffisent **pas** à distinguer à coup sûr une pièce à 0,45 d'une pièce équilibrée.

— **Combien de lancers faudrait-il ?** Pour séparer les deux hypothèses, il faut que l'écart des espérances $0,05n$ dépasse $4\sigma \approx 4\sqrt{0,25n}$, soit $n > 1600$ lancers environ.

Réponse. $E(X) = 90$, $V(X) = 49,5$, $\sigma(X) \approx 7,04$.

Correction de l'exercice 7 - Arbre et loi binomiale

— **Chaque chemin** de l'arbre a la probabilité $0,5^3 = 0,125 = \frac{1}{8}$.

— **Nombre de chemins** par valeur : 1, 3, 3, 1 — les coefficients $\binom{3}{k}$ ✓

— **Loi** :

k	0	1	2	3
$P(X = k)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

— **Contrôle** : $\frac{1 + 3 + 3 + 1}{8} = 1$ ✓

— **Espérance** : $E(X) = \frac{0 + 3 + 6 + 3}{8} = \frac{12}{8} = 1,5$.

— **Contrôle** : $np = 3 \times 0,5 = 1,5$ ✓

— **Variance** : $E(X^2) = \frac{0 + 3 + 12 + 9}{8} = \frac{24}{8} = 3$, donc $V(X) = 3 - 2,25 = 0,75$.

— **Contrôle** : $np(1 - p) = 3 \times 0,25 = 0,75$ ✓

— **Symétrie** : la loi est symétrique car $p = 0,5$; dès que $p \neq 0,5$, elle devient asymétrique.

— **Somme des coefficients** : $2^3 = 8$, qui est bien le nombre total de chemins de l'arbre ✓

Réponse. $\frac{1}{8}; \frac{3}{8}; \frac{3}{8}; \frac{1}{8}$ — coefficients 1, 3, 3, 1.

Correction de l'exercice 8 - Contrôle de qualité

— **Modèle** : $X \sim B(25; 0,04)$ — l'approximation binomiale est légitime car la population est grande.

— **Exactement une** :

$$P(X = 1) = 25 \times 0,04 \times 0,96^{24} = 1 \times 0,96^{24} \approx 0,37541$$

— **Aucune** : $P(X = 0) = 0,96^{25} \approx 0,36040$.

— **Au plus une** :

$$P(X \leq 1) \approx 0,36040 + 0,37541 = 0,73581$$

— **Simplification élégante** : $25 \times 0,04 = 1$ exactement, donc $P(X = 1) = 0,96^{24} \checkmark$

— **Espérance** : $E(X) = 1$ pièce défectueuse attendue.

— **Contrôle** : $P(X = 2) = 300 \times 0,0016 \times 0,96^{23} \approx 0,48 \times 0,39106 \approx 0,18771$, ce qui porte $P(X \leq 2)$ à environ 0,92352 $\checkmark$

— **Écart type** : $\sigma(X) = \sqrt{25 \times 0,04 \times 0,96} = \sqrt{0,96} \approx 0,9798$ — proche de 1, comme l'espérance : régime typique des petites probabilités.

— **Probabilité d'au moins trois défectueuses** : $1 - 0,92352 \approx 0,0765$, soit moins d'un lot sur treize.

Réponse. $P(X = 1) \approx 0,375$ et $P(X \leq 1) \approx 0,736$.

Correction de l'exercice 9 - Valeur la plus probable

— **Espérance** : $E(X) = 7 \times 0,6 = 4,2$ — le mode est à chercher autour de 4.

— **Calculs** :

— $P(X = 3) = 35 \times 0,216 \times 0,0256 \approx 0,19354$;

— $P(X = 4) = 35 \times 0,1296 \times 0,064 \approx 0,29030$;

— $P(X = 5) = 21 \times 0,07776 \times 0,16 \approx 0,26127$.

— **Conclusion** : le maximum est atteint en $k = 4$, avec $P(X = 4) \approx 0,290$.

— **Contrôle des rapports** : $\frac{P(X = 4)}{P(X = 3)} = 1,5 > 1$ (ça monte) et $\frac{P(X = 5)}{P(X = 4)} = 0,9 < 1$ (ça descend) $\checkmark$

— **Règle générale** : le mode est $\lfloor (n + 1)p \rfloor$, soit $\lfloor 8 \times 0,6 \rfloor = \lfloor 4,8 \rfloor = 4 \checkmark$

— **Détail des puissances** : $0,6^3 = 0,216$, $0,6^4 = 0,1296$, $0,6^5 = 0,07776$, $0,4^4 = 0,0256$, $0,4^3 = 0,064$, $0,4^2 = 0,16 \checkmark$

— **Remarque** : quand $(n + 1)p$ est un **entier**, deux valeurs consécutives se partagent le maximum.

Réponse. $k = 4$, avec $P(X = 4) \approx 0,290$.

Correction de l'exercice 10 - Calcul d'un paramètre

— **Espérance** : $0,2n = 8$, donc

$$n = 40$$

— **Variance** : $V(X) = 40 \times 0,2 \times 0,8 = 6,4$.

— **Écart type** : $\sigma(X) = \sqrt{6,4} \approx 2,5298$.

— **Aucun succès** :

$$P(X = 0) = 0,8^{40} \approx 1,3293 \times 10^{-4}$$

— **Lecture** : environ 1 chance sur 7523 — quasiment impossible, ce qui est cohérent avec une espérance de 8 succès $\checkmark$

— **Intervalle typique** ($\pm 2\sigma$) : $[8 - 5,06 ; 8 + 5,06] \approx [2,9 ; 13,1]$.

— **Contrôle** : $P(X = 8) = \binom{40}{8} 0,2^8 \times 0,8^{32} \approx 0,15598$ — le mode, cohérent avec $\lfloor 41 \times 0,2 \rfloor = 8 \checkmark$

- **Rapport écart type / espérance** : $\frac{2,53}{8} \approx 31,6\%$ — dispersion modérée.
- **Avec** $n = 400$ (même p) : $E = 80$ et $\sigma = 8$, soit un rapport de 10% — dix fois plus d'épreuves, trois fois moins de dispersion relative ✓

Réponse. $n = 40$, $\sigma(X) \approx 2,53$ et $P(X = 0) \approx 1,33 \times 10^{-4}$.

Correction de l'exercice 11 - QCM au hasard

- **Modèle** : $X \sim B(12; 0,25)$, avec $E(X) = 3$.
- **Calculs** :
- $P(X = 6) = 924 \times 0,25^6 \times 0,75^6 \approx 0,040150$;
- $P(X = 7) = 792 \times 0,25^7 \times 0,75^5 \approx 0,011471$;
- $P(X = 8) = 495 \times 0,25^8 \times 0,75^4 \approx 0,0023899$;
- $P(X = 9) \approx 0,00035405$; $P(X = 10) \approx 3,5405 \times 10^{-5}$; les suivants sont négligeables.

- **Cumul** :

$$P(X \geq 6) \approx 0,05440$$

- **Valeur** : environ $0,05440$, soit $5,4\%$.
- **Lecture** : répondre au hasard donne moins d'une chance sur dix-huit d'atteindre la moyenne — le hasard ne paie pas.
- **Contrôle par l'espérance** : $E(X) = 3$ bonnes réponses attendues, avec $\sigma = \sqrt{12 \times 0,25 \times 0,75} = \sqrt{2,25} = 1,5$.
- **En écarts types** : 6 est à $\frac{6-3}{1,5} = 2\sigma$ de l'espérance — cohérent avec une probabilité de quelques pourcents ✓
- **Pour 8 bonnes réponses** : $P(X \geq 8) \approx 0,00278$, soit moins d'une chance sur 350.

Réponse. $P(X \geq 6) \approx 0,054$, soit $5,4\%$.

Correction de l'exercice 12 - Comparaison de deux paramètres

- **Premier cas** ($p = 0,5$) :

$$P(X = 5) = 252 \times 0,5^{10} = \frac{252}{1024} \approx 0,24609$$

- **Second cas** ($p = 0,3$) :

$$P(X = 5) = 252 \times 0,3^5 \times 0,7^5 = 252 \times 0,00243 \times 0,16807 \approx 0,10292$$

- **Comparaison** : la probabilité est environ **2{,}4 fois** plus grande avec $p = 0,5$.
- **Explication** : 5 est exactement l'espérance quand $p = 0,5$, alors qu'avec $p = 0,3$ l'espérance n'est que de 3 — la valeur 5 y est déjà éloignée du centre ✓
- **Contrôle du coefficient** : $\binom{10}{5} = 252$ dans les deux cas ✓
- **Écarts types** : $\sqrt{2,5} \approx 1,581$ et $\sqrt{2,1} \approx 1,449$.
- **Positions de 5** : à 0σ du centre dans le premier cas, à $\frac{5-3}{1,449} \approx 1,38\sigma$ dans le second ✓
- **Détail** : $0,3^5 = 0,00243$ et $0,7^5 = 0,16807$ ✓
- **À retenir** : le coefficient binomial ne suffit pas, ce sont les **puissances** qui déplacent le maximum.

Réponse. $\approx 0,246$ pour $p = 0,5$ contre $\approx 0,103$ pour $p = 0,3$.

Correction de l'exercice 13 - Jeu et loi binomiale

- **Modèle** : $X \sim B\left(4; \frac{1}{6}\right)$ compte les 6.
 - **Espérance du nombre de 6** : $E(X) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \approx 0,6667$.
 - **Gain algébrique** : $G = 5X - 3$.
 - **Espérance du gain** (transformation affine) :

$$E(G) = 5 \times \frac{2}{3} - 3 = \frac{10}{3} - 3 = \frac{1}{3} \approx 0,3333 \text{ €}$$
 - **Conclusion** : $E(G) > 0$, le jeu est **favorable** au joueur d'environ 33 centimes par partie.
 - **Mise d'équité** : $\frac{10}{3} \approx 3,33 \text{ €}$.
 - **Variance** : $V(X) = 4 \times \frac{1}{6} \times \frac{5}{6} = \frac{20}{36} = \frac{5}{9} \approx 0,5556$, donc $V(G) = 25 \times \frac{5}{9} = \frac{125}{9} \approx 13,889$ et $\sigma(G) \approx 3,727 \text{ €}$.
 - **Lecture** : l'écart type dépasse **onze fois** l'espérance — il faudrait des centaines de parties pour que l'avantage se voie.
 - **Probabilité de perdre** : on perd si $X = 0$, soit $\left(\frac{5}{6}\right)^4 \approx 0,48225$ — presque une partie sur deux, malgré l'espérance positive ✓
- Réponse.** Favorable : $E(G) = \frac{1}{3} \approx 0,33 \text{ €}$ (mise d'équité 3,33 €).

Correction de l'exercice 14 - Probabilité d'un encadrement

- **Termes** :
 - $P(X = 3) = 120 \times 0,064 \times 0,6^7 = 120 \times 0,064 \times 0,0279936 \approx 0,21499$;
 - $P(X = 4) = 210 \times 0,0256 \times 0,6^6 = 210 \times 0,0256 \times 0,046656 \approx 0,25082$;
 - $P(X = 5) = 252 \times 0,01024 \times 0,6^5 = 252 \times 0,01024 \times 0,07776 \approx 0,20066$.
 - **Somme** :

$$P(3 \leq X \leq 5) \approx 0,21499 + 0,25082 + 0,20066 = 0,66647$$
 - **Lecture** : les deux tiers des réalisations tombent dans cet intervalle de trois valeurs.
 - **Contrôle par l'espérance** : $E(X) = 4$, centre exact de $[3; 5]$ ✓
 - **Écart type** : $\sigma = \sqrt{10 \times 0,4 \times 0,6} = \sqrt{2,4} \approx 1,549$, donc l'intervalle correspond à environ $\pm 0,65\sigma$.
 - **Cohérence** : 67 % sur un peu plus d'un demi écart type de part et d'autre — la loi est bien concentrée ✓
 - **Attention aux bornes** : l'inégalité est **large** des deux côtés, donc $X = 3$ et $X = 5$ sont **inclus**. Avec $3 < X < 5$, on n'aurait gardé que $P(X = 4) \approx 0,251$.
- Réponse.** $P(3 \leq X \leq 5) \approx 0,666$.

Correction de l'exercice 15 - Somme de deux binomiales

- **Interprétation** : X compte les succès sur 10 épreuves, Y sur 15 autres épreuves **indépendantes** et de **même** p .
- **Conclusion** : $X + Y$ compte les succès sur 25 épreuves identiques et indépendantes, donc

$$X + Y \sim B(25; 0,3)$$
- **Espérance** : $E(X + Y) = 25 \times 0,3 = 7,5$.

- **Contrôle** : $E(X) + E(Y) = 3 + 4,5 = 7,5$ ✓
- **Variance** : $V(X + Y) = 25 \times 0,3 \times 0,7 = 5,25$.
- **Contrôle** : $V(X) + V(Y) = 2,1 + 3,15 = 5,25$ ✓
- **Écart type** : $\sigma(X + Y) = \sqrt{5,25} \approx 2,2913$.
- **Condition essentielle** : ce résultat exige **le même** p . Avec $Y \sim B(15; 0,5)$, la somme ne serait **pas** binomiale — seules l'espérance ($3 + 7,5 = 10,5$) et la variance ($2,1 + 3,75 = 5,85$) resteraient calculables.
- **Contrôle** : $\sigma(X) + \sigma(Y) = 1,449 + 1,775 = 3,224 \neq 2,291$ — les écarts types ne s'ajoutent pas ✓

Réponse. $X + Y \sim B(25; 0,3)$; $E = 7,5$ et $\sigma \approx 2,29$.

Correction de l'exercice 16 - Synthèse : vaccination

a) **Les vingt protégées :**

$$P(X = 20) = 0,85^{20} \approx 0,038760$$

- Moins de 4 % — il est très probable qu'au moins une personne ne soit pas protégée.

b) **Au moins dix-huit.**

- $P(X = 18) = \binom{20}{18} 0,85^{18} \times 0,15^2 = 190 \times 0,053646 \times 0,0225 \approx 0,22934$;
- $P(X = 19) = 20 \times 0,85^{19} \times 0,15 = 20 \times 0,045599 \times 0,15 \approx 0,13680$;
- $P(X = 20) \approx 0,038760$.

$$P(X \geq 18) \approx 0,22934 + 0,13680 + 0,03876 = 0,40490$$

c) **Paramètres.**

$$E(X) = 20 \times 0,85 = 17 \quad V(X) = 20 \times 0,85 \times 0,15 = 2,55 \quad \sigma(X) \approx 1,5969$$

- **Intervalle typique** ($\pm 2\sigma$) : $[17 - 3,19; 17 + 3,19] \approx [13,8; 20,2]$ — en pratique entre 14 et 20 personnes protégées.
- **Commentaire** : sur un si petit groupe, le résultat est **très fluctuant** — on ne peut pas garantir 17 personnes protégées.
- **Sur 2000 personnes** : $E = 1700$ et $\sigma = \sqrt{2000 \times 0,85 \times 0,15} \approx 15,97$, soit une fluctuation **relative** de $\frac{15,97}{1700} \approx 0,94\%$ contre $\frac{1,60}{17} \approx 9,4\%$ pour 20 personnes ✓
- **Conclusion de santé publique** : le taux de 85 % est fiable **à l'échelle d'une population**, jamais à celle d'un individu ou d'un petit groupe — c'est exactement la loi des grands nombres à l'œuvre.
- **Contrôle** : la fluctuation relative est divisée par $10 = \sqrt{100}$ quand l'effectif est multiplié par 100 ✓

Réponse. a) $\approx 0,0388$ · b) $\approx 0,405$ · c) $E = 17$, $\sigma \approx 1,60$ (fluctuation relative de 9,4 %).