

Plaqueette 2 - Calcul de probabilités binomiales

Loi de Bernoulli et loi binomiale — Première spé maths

Exercices

Méthode

Une seule formule, et trois façons de l'utiliser : calculer $P(X = k)$, cumuler pour obtenir $P(X \leq k)$, et passer par l'événement contraire pour « au moins un ». On apprend aussi à traduire correctement les énoncés — « au plus », « au moins », « strictement plus de » — avant tout calcul.

Exercice 1 - Appliquer la formule

Soit $X \sim B(5 ; 0,3)$. Calculer $P(X = 2)$, en détaillant les trois facteurs.

Exercice 2 - Une loi complète

Soit $X \sim B(4 ; 0,2)$. Établir la loi de probabilité de X , avec des valeurs arrondies au dix-millième, puis vérifier la somme.

Exercice 3 - Traduire un énoncé

Soit $X \sim B(10 ; 0,4)$. Écrire, à l'aide de P , les événements suivants — sans les calculer.

- a) « exactement 4 succès »
- b) « au plus 3 succès »
- c) « au moins 2 succès »
- d) « plus de 7 succès »

Exercice 4 - Au moins une fois

On lance 8 fois un dé équilibré. Quelle est la probabilité d'obtenir **au moins un 6** ?

Exercice 5 - Des probabilités cumulées

Soit $X \sim B(6 ; 0,5)$.

- a) Calculer $P(X \leq 2)$.
- b) En déduire $P(X \geq 3)$.

Exercice 6 - Le contrôle qualité

Une production contient 5 % de pièces défectueuses. On prélève un échantillon de 20 pièces.

- a) Quelle est la probabilité qu'aucune ne soit défectueuse ?
- b) Quelle est la probabilité qu'il y en ait exactement une ?
- c) Quelle est la probabilité qu'il y en ait au moins deux ?

Exercice 7 - Le joueur de tennis

Une joueuse réussit son premier service dans 65 % des cas. Sur 10 services, on note X le nombre de premiers services réussis.

- a) Calculer $P(X = 7)$.
- b) Calculer $P(X \geq 8)$.

Exercice 8 - Deux formulations équivalentes

Soit $X \sim B(12; 0,25)$. Sachant que $P(X \leq 2) \approx 0,3907$ et $P(X \leq 3) \approx 0,6488$, calculer :

- a) $P(X = 3)$
- b) $P(X > 3)$
- c) $P(2 \leq X \leq 3)$, sachant de plus que $P(X \leq 1) \approx 0,1584$.

Exercice 9 - La valeur la plus probable

Soit $X \sim B(5; 0,6)$.

- a) Calculer $P(X = k)$ pour k allant de 0 à 5.
- b) Quelle est la valeur la plus probable ? La comparer à l'espérance.

Exercice 10 - La garantie du fabricant

Un fabricant vend des lots de 15 composants. Chaque composant tombe en panne dans l'année avec une probabilité de 0,08, indépendamment des autres. Le fabricant remplace le lot entier si **plus de** 2 composants tombent en panne.

Quelle est la probabilité qu'un lot soit remplacé ?

Exercice 11 - Comparer deux tailles d'échantillon

Un événement a une probabilité de 0,1 de se produire lors d'une épreuve.

- a) Sur 10 épreuves, quelle est la probabilité qu'il se produise au moins une fois ?
- b) Même question sur 30 épreuves.
- c) Combien d'épreuves faut-il pour que cette probabilité dépasse 0,99 ?

Exercice 12 - Retrouver un paramètre

Soit $X \sim B(n; 0,2)$. On sait que $P(X = 0) = 0,4096$.

Déterminer n .

Exercice 13 - Simulation en Python

On veut estimer $P(X \geq 3)$ pour $X \sim B(10; 0,3)$ par simulation.

Expliquer ce que fait le programme suivant et ce qu'il affiche.

```
from random import random
```

```
def simulation(N):  
    compteur = 0
```

```
for i in range(N):
    succes = 0
    for j in range(10):
        if random() < 0.3:
            succes = succes + 1
    if succes >= 3:
        compteur = compteur + 1
return compteur / N
```

Exercice 14 - Le bug d'arrondi

Un élève calcule $P(X = 4)$ pour $X \sim B(9; 0,45)$ et écrit :

$$P(X = 4) = 126 \times 0,45^4 \times 0,55^5 \approx 126 \times 0,04 \times 0,05 = 0,252$$

Repérer son erreur et donner la valeur correcte.

Exercice 15 - Synthèse : le dépistage d'un lot

Un grossiste reçoit des cageots contenant chacun 25 fruits. Un fruit est abîmé avec une probabilité de 0,12, indépendamment des autres. Il refuse un cageot dès qu'il y trouve **au moins** 5 fruits abîmés.

- Donner la loi du nombre X de fruits abîmés.
- Calculer $P(X = 3)$.
- Sachant que $P(X \leq 4) \approx 0,8091$, calculer la probabilité qu'un cageot soit refusé.
- Sur 200 cageots, combien de refus peut-on prévoir ?