

Plaquette 1 - Schéma de Bernoulli

Loi de Bernoulli et loi binomiale — Première spé maths

Exercices

Méthode

Une épreuve à deux issues, répétée n fois de façon **identique et indépendante** : c'est un schéma de Bernoulli, et le nombre de succès suit une **loi binomiale**. On apprend à reconnaître ce cadre — et surtout à repérer les situations où il ne s'applique pas —, puis à compter les chemins de l'arbre.

Exercice 1 - Reconnaître une épreuve de Bernoulli

Dans chaque cas, dire s'il s'agit d'une épreuve de Bernoulli, en précisant le succès et sa probabilité.

- On lance un dé et on regarde si l'on obtient 6.
- On lance un dé et on note le résultat.
- On tire une carte d'un jeu de 32 et on regarde si c'est un cœur.
- On interroge une personne sur son moyen de transport : voiture, vélo ou bus.

Exercice 2 - Les trois conditions

Dans chaque cas, dire si l'on a affaire à un schéma de Bernoulli.

- On lance 10 fois une pièce et on compte les piles.
- On tire 5 cartes **sans remise** dans un jeu de 32 et on compte les cœurs.
- On tire 5 cartes **avec remise** dans un jeu de 32 et on compte les cœurs.
- Un basketteur tire 8 lancers francs ; il se fatigue et sa réussite baisse au fil des tirs.

Exercice 3 - Une loi de Bernoulli

Un archer touche la cible avec une probabilité de 0,7. On note X la variable qui vaut 1 s'il touche, 0 sinon.

- Donner la loi de X .
- Calculer $E(X)$ et $V(X)$.

Exercice 4 - Compter les chemins

On répète 3 fois une épreuve de Bernoulli de probabilité de succès p .

- Représenter l'arbre (on pourra lister les chemins).
- Combien de chemins comportent exactement 2 succès ? En déduire $\binom{3}{2}$.

Exercice 5 - Le triangle de Pascal

Construire les six premières lignes du triangle de Pascal, puis donner $\binom{5}{2}$ et $\binom{5}{3}$.

Exercice 6 - Des coefficients à connaître

Calculer, sans calculatrice.

a) $\binom{7}{0}$ et $\binom{7}{7}$

b) $\binom{9}{1}$ et $\binom{9}{8}$

c) $\binom{6}{2}$

d) $\binom{10}{9}$

Exercice 7 - Identifier les paramètres

Dans chaque cas, préciser si la variable X suit une loi binomiale et, si oui, donner ses paramètres.

- a) On lance 20 fois un dé et X compte le nombre de 6.
- b) On lance un dé jusqu'à obtenir un 6, et X compte le nombre de lancers.
- c) On interroge 200 personnes prises au hasard dans une grande ville, et X compte celles qui possèdent un vélo (on sait que 30 % en possèdent un).

Exercice 8 - Un arbre à quatre niveaux

Une machine produit des pièces dont 10 % sont défectueuses. On en prélève 4 au hasard dans une production importante.

- a) Justifier que le nombre X de pièces défectueuses suit une loi binomiale.
- b) Calculer la probabilité qu'aucune pièce ne soit défectueuse.

Exercice 9 - Le poids d'un chemin

Dans un schéma de Bernoulli de paramètres $n = 5$ et $p = 0,4$, on considère le chemin « succès, échec, succès, succès, échec ».

- a) Calculer la probabilité de ce chemin.
- b) Combien d'autres chemins ont la même probabilité ? Pourquoi ?

Exercice 10 - Avec ou sans remise

Une urne contient 20 boules : 8 rouges et 12 noires. On tire 3 boules.

- a) Si les tirages sont **avec remise**, quelle est la probabilité d'obtenir trois rouges ?
- b) Si les tirages sont **sans remise**, même question.
- c) Comparer et commenter.

Exercice 11 - Somme de variables de Bernoulli

On répète n fois une épreuve de Bernoulli de paramètre p . Pour chaque répétition i , on note X_i la variable qui vaut 1 en cas de succès et 0 sinon.

Exprimer le nombre total X de succès en fonction des X_i , et en déduire $E(X)$.

Exercice 12 - Le sondage

Dans une région, 42 % des habitants sont favorables à un projet. On interroge 50 habitants choisis au hasard.

a) Justifier que le nombre X de personnes favorables suit une loi binomiale, et préciser ses paramètres.

b) Quelle est la probabilité que les 50 personnes soient toutes favorables ? Commenter.

Exercice 13 - Reconnaître le succès

Un vaccin est efficace dans 92 % des cas. On vaccine 6 personnes.

a) On note X le nombre de personnes protégées. Donner la loi de X .

b) On note Y le nombre de personnes **non** protégées. Donner la loi de Y et exprimer Y en fonction de X .

Exercice 14 - Valeurs possibles et premiers calculs

Soit $X \sim B(4; 0,5)$.

a) Quelles valeurs X peut-elle prendre ?

b) Calculer $P(X = 0)$ et $P(X = 4)$.

c) En utilisant le triangle de Pascal, calculer $P(X = 2)$.

Exercice 15 - Synthèse : le questionnaire au hasard

Un QCM comporte 5 questions, chacune avec 4 propositions dont une seule est correcte. Un élève répond entièrement au hasard.

a) Justifier que le nombre X de bonnes réponses suit une loi binomiale et donner ses paramètres.

b) Calculer la probabilité qu'il n'ait aucune bonne réponse.

c) Calculer la probabilité qu'il ait les 5 bonnes réponses.

d) Combien y a-t-il de façons d'avoir exactement 2 bonnes réponses ?