

Plaquette 4 – Schéma de Bernoulli, coefficients binomiaux et calculs de probabilités

Loi de Bernoulli et loi binomiale — Première spé maths

Exercices

Méthode

On **reconnait** un schéma de Bernoulli (épreuves identiques, indépendantes, deux issues), on calcule les **coefficients binomiaux**, puis les probabilités $P(X = k)$, $P(X \leq k)$ et $P(X \geq k)$.

Exercice 1 – Reconnaître un schéma de Bernoulli

Parmi ces situations, lesquelles relèvent d'une loi binomiale ?

- a) Nombre de 6 en 10 lancers d'un dé.
- b) Nombre de boules rouges en tirant 3 boules sans remise d'une urne de 10.
- c) Nombre de fois où l'on obtient face en lançant 20 fois une pièce truquée.
- d) Nombre de lancers nécessaires pour obtenir le premier 6.

Exercice 2 – Coefficients binomiaux

Calculer $\binom{5}{3}$, $\binom{7}{4}$, $\binom{12}{1}$ et $\binom{9}{9}$.

Exercice 3 – Probabilité ponctuelle

Soit $X \sim B(6; 0,4)$. Calculer $P(X = 2)$ et $P(X = 4)$.

Exercice 4 – Au moins un succès

Un contrôleur vérifie 8 billets ; chacun est frauduleux avec la probabilité 0,05. Calculer la probabilité qu'il détecte au moins une fraude.

Exercice 5 – Probabilité cumulée

Soit $X \sim B(5; 0,3)$. Calculer $P(X \leq 2)$ et $P(X \geq 3)$.

Exercice 6 – Espérance et variance

Une pièce donne face avec la probabilité 0,45. On la lance 200 fois. Calculer $E(X)$, $V(X)$ et $\sigma(X)$ pour le nombre de faces.

Exercice 7 – Arbre et loi binomiale

On répète trois fois une épreuve de probabilité de succès 0,5. Dresser la loi du nombre de succès et retrouver les coefficients du triangle de Pascal.

Exercice 8 - Contrôle de qualité

Un lot contient 4 % de pièces défectueuses. On en prélève 25 (population très grande). Calculer la probabilité d'en trouver exactement une, puis au plus une.

Exercice 9 - Valeur la plus probable

Soit $X \sim B(7; 0,6)$. Déterminer la valeur de k la plus probable.

Exercice 10 - Calcul d'un paramètre

Soit $X \sim B(n; 0,2)$ avec $E(X) = 8$. Déterminer n , puis $\sigma(X)$ et $P(X = 0)$.

Exercice 11 - QCM au hasard

Un QCM a 12 questions à 4 choix. Un élève répond au hasard. Calculer la probabilité qu'il ait au moins 6 bonnes réponses.

Exercice 12 - Comparaison de deux paramètres

Comparer $P(X = 5)$ pour $X \sim B(10; 0,5)$ et pour $X \sim B(10; 0,3)$.

Exercice 13 - Jeu et loi binomiale

On lance 4 fois un dé. On gagne 5 € par 6 obtenu et l'on mise 3 €. Le jeu est-il favorable ?

Exercice 14 - Probabilité d'un encadrement

Soit $X \sim B(10; 0,4)$. Calculer $P(3 \leq X \leq 5)$.

Exercice 15 - Somme de deux binomiales

Soient $X \sim B(10; 0,3)$ et $Y \sim B(15; 0,3)$ indépendantes. Quelle est la loi de $X + Y$? Calculer $E(X + Y)$ et $\sigma(X + Y)$.

Exercice 16 - Synthèse : vaccination

Un vaccin est efficace dans 85 % des cas. On vaccine 20 personnes.

- Calculer la probabilité que les 20 soient protégées.
- Calculer la probabilité qu'au moins 18 le soient.
- Calculer $E(X)$ et $\sigma(X)$, et commenter la fiabilité du résultat.